IDRODINAMICA_C

Esercitazioni del corso di Fondamenti di idraulica

Dott.Ing. Gabriella Petaccia

petacciaa@unipv.it

Università degli Studi di Pavia

Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale

IDRODINAMICA C: ES. 1 - GETTO USCENTE DA UNA MANICHETTA

DATI

z_M

z_U

d_M

d_U

L_M

n

γ

K

n_p

C_c

θ

SOLUZIONE

H_i = carico TOT. all'idrante $= z_M + \dfrac{n_p \cdot 1000}{\gamma}$

A_M = area della manichetta $= \dfrac{\pi d_M^2}{4}$

A_c = area della sezione contratta dell'ugello $= C_c \dfrac{\pi d_U^2}{4}$

Imponiamo un valore di tentativo di Q

U_M = velocita' media nella manichetta $= \dfrac{Q}{A_M}$

U_C = velocita' media della corrente nella sezione contratta all'ugello $= \dfrac{Q}{A_C}$

Per le perdite di carico **localizzate** supponiamo che la perdita di carico all'ugello e' nulla e che la perdita di carico all'attacco dell'idrante si valuta come:

$$K_1 \frac{U_M^2}{2g} = \Delta H_L$$

ΔH_D = perdita distribuita = $J \cdot L$

dove :

$$J = \left(\frac{n \cdot U}{R^{2/3}} \right)^2 = \left[\frac{n \cdot Q}{A_n \cdot \left(\frac{d_n}{4} \right)^{2/3}} \right]^2$$

H_c = carico totale alla sezione contratta $= z_c + \dfrac{U_c^2}{2g}$

H_c' = carico disponibile alla sezione contratta $= H_1 - \Delta H_L - \Delta H_D$

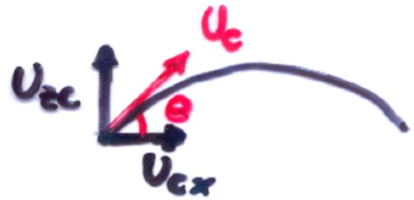
e = errore nella formula di Bernulli $= H_c - H_c'$

→ Impostiamo la ricerca obiettivo ponendo $e = 0$ cambiando Q

Calcoliamo la quota massima che può raggiungere il getto.

$U_{zc} = U_c \cdot \text{sen}\,\theta$

$U_{xc} = U_c \cdot \cos\theta$



La quota massima raggiunta dal getto è calcolata con l'equazione generalizzata di Bernulli considerando che al suo apice il getto mantiene la stessa velocità orizzontale posseduta alla sezione contratta: si trascura la resistenza dell'aria.

$$H_c = z_M + \frac{U_{cx}^2}{2g} \longrightarrow z_M = H_c - \frac{U_{cx}^2}{2g}$$

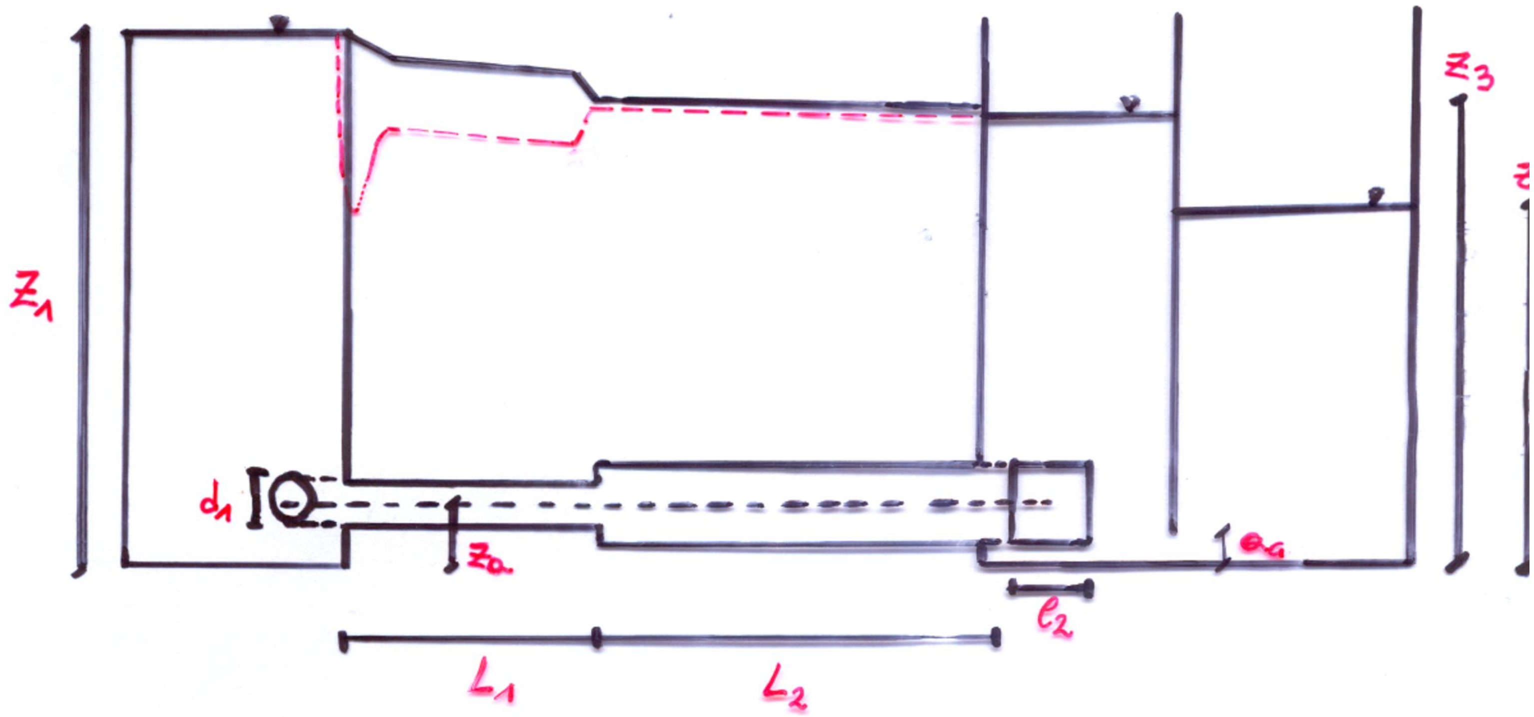
La distanza orizzontale dall'ugello dell'apice del getto è data dall'equazione del grave:

$$X_M = \frac{U_{xc} \cdot U_{zc}}{g}$$

U_M = velocità media della corrente all'apice del getto (velocità di tipo torricelliano) $= \sqrt{2g\,(H_c - z_M)}$

A_M = area della sezione all'apice del getto $= \dfrac{Q}{U_M}$

ES. 2C : SISTEMA DI SERBATOI CON BRUSCO ALLARGAMENTO



DATI

Z_1 Z_2 Z_a d_1 l_2 L_1 L_2 K_{S1} K_{S2} a_g b_g C_g r γ ν

K_S = scabrezza significativa

C_g = coeff. contrazione griglie

r = rapporto di occupazione della griglia

SOLUZIONE

Δz = diff. quote tra le superfici dei serbatoi 1 e 2 $= z_1 - z_2$

A_1 = area tubazione 1 $= \dfrac{\pi \cdot d_1^2}{4}$

A_2 = area tubazione 2 $= l_2^2$

A_g = area sezione contratta a valle della griglia $= r \cdot C_G \cdot b_G \cdot a_G$

Imponiamo una Q di primo tentativo.

U_1 : velocità media della corrente nella tubazione 1 $= \dfrac{Q}{A_1}$

U_2 : velocità media della corrente nella tubazione 2 $= \dfrac{Q}{A_2}$

U_c : velocità media della corrente nella sezione contratta a valle della griglia $= \dfrac{Q}{A_c}$

ΔH_L = perdite di carico localizzate $= \Delta H_{IMB} + \Delta H_{ALLARG} +$

$+ \Delta H_{SBOCCO} + \Delta H_{GRIGLIA} =$

$$= \frac{U_1^2}{2g} \cdot 0.5 + \underbrace{\frac{(U_1 - U_2)^2}{2g}}_{\text{Formula di Borda}} + \frac{U_2^2}{2g} + \frac{U_c^2}{2g}$$

Ipotesi di regime turbolento puro

$\frac{K_{s1}}{d_1}$ = scabrezza relativa della tubazione 1

R_2 = raggio idraulico della tub. 2 $= \frac{A_2}{P_2} = \frac{A_2}{4R_2}$

$\frac{K_{s2}}{d_2}$ = scabrezza relativa della tubazione 2 $= \frac{K_{s2}}{4R_2}$

f_1 = indice di resistenza della tubazione 1 $= \frac{1}{\left[2\log_{10}\left(\frac{d_1}{2K_{s1}}\right)+1.74\right]^2}$

f_2 = indice di resistenza della tubazione 2 $= \frac{1}{\left[2\log_{10}\left(\frac{d_2}{2K_{s2}}\right)+1.74\right]^2}$

2C/2

J_1 = cadente nella tubazione 1 = $\frac{f_1}{d_1} \cdot \frac{U_1^2}{2g}$ formula di Darcy-Weisba

J_2 = cadente nella tubazione 2 = $\frac{f_2}{D_2} \cdot \frac{U_2^2}{2g}$

ΔH_D = perdite di carico distribuite = $J_1 \cdot L_1 + J_2 \cdot L_2$

ΔH : perdite di carico complessive = $\Delta H_L + \Delta H_D$

e = errore nella formula di Bernulli: $= \frac{\Delta H - \Delta z}{\Delta z} \cdot 100$

Impostiamo la ricerca obiettivo in modo tale che $\mathcal{E} = 0$ cambiando Q così che $\Delta H = \Delta z$

U_1^* = velocità di attrito nella prima tubazione $= \frac{1}{2} \sqrt{g D_1 J_1}$

U_2^* = velocità di attrito nella seconda tubazione $= \frac{1}{2} \sqrt{g D_2 J_2}$

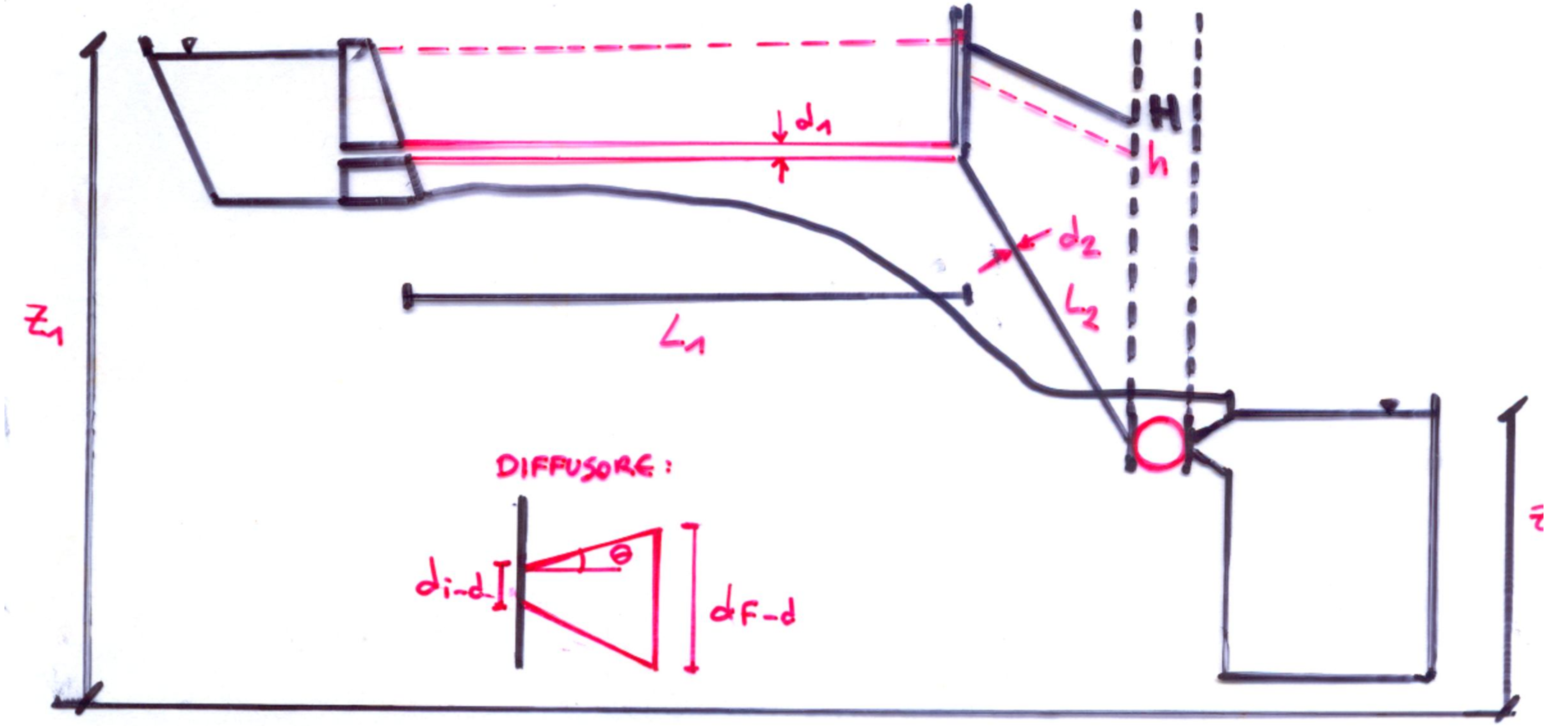
Re_1^* = n° Reynolds d'attrito tubazione 1 $= \dfrac{K_{S_1} \cdot U_{*_1}}{\nu}$

Re_2^* = n° di Reynolds d'attrito tubazione 2 $= \dfrac{K_{S_2} \cdot U_{*_2}}{\nu}$

L'ipotesi di moto turbolento puro è verificata in quanto sia Re_1^* che Re_2^* sono > 70.

z_3 = quota dello specchio liquido del serbatoio 3 $= z_2 + \underbrace{\dfrac{U_c^2}{2g}}_{\text{perdita di carico alla griglie}}$

ESERCIZIO 3C: IMPIANTO IDROELETTRICO



DATI

z_1 z_2 d_1 d_2 θ d_{i-d} d_{F-d} L_1 L_2 K_{s_1} K_{s_2} $K_{distributore}$

n = n° macchine γ ν η = rendimento turbine

SOLUZIONE

Δz : diff. quote tra le sup. dei serbatoi $= z_1 - z_2$

A_1 = area galleria in pressione 1 $= \pi d_1^2/4$

A_2 = area condotta forzata 2 $= \pi d_2^2/4$

A_{i-d} = area iniziale diffusore $= \pi d_{i-d}^2/4$

A_{f-d} = area finale diffusore $= \pi d_{f-d}^2/4$

→ Dobbiamo calcolare la portata dell'impianto idroelettrico che massimizza la potenza W. Imponiamo un valore di portata Q

U_1 = velocità media della corrente nella galleria 1 $= \dfrac{Q}{A_1}$

U_2 : velocità media della corrente nelle condotte forzate 2 $= \dfrac{Q}{n \cdot A_c}$

$U_{f\text{-}d}$ = velocità media della corrente nella sezione finale del diffusore $= \dfrac{Q}{n\, A_{f\text{-}d}}$

P = coeff. della formula di Peuken → dalle tabelle per $\theta = 30°$ $= 0.49$

$K_{diffusore}$ = coeff. di perdita al diffusore $= P \left(1 - \dfrac{A_{i\text{-}d}}{A_{f\text{-}d}}\right)^2$

ΔH_L = perdite localizzate $= \Delta H_{imbocco} + \Delta H_{distributore} + \Delta H_{diffusore} + \Delta H_{sbocco} =$

$$= 0.5 \frac{U_1^2}{2g} + K_{distributore} \cdot \frac{U_2^2}{2g} + K_{diffusore} \frac{U_{f\text{-}d}^2}{2g} + \frac{U_{f\text{-}d}^2}{2g}$$

Ipotesi di moto turbolento puro

k_{s1}/d_1 = scabrezza relativa galleria in pressione 1

k_{s2}/d_2 = scabrezza relativa di ciascuna condotta forzata 2

f_1 = indice resistenza galleria in pressione 1 $= \dfrac{1}{\left[2\log_{10}\left(\dfrac{d_1}{2k_{s1}}\right)+1.74\right]^2}$

f_2 = indice di resistenza di ciascuna condotta forzata 2 $= \dfrac{1}{\left[2\log_{10}\left(\dfrac{d_2}{2k_{s2}}\right)+1.74\right]^2}$

3C

J_1 = cadente nella galleria in pressione 1 $= \dfrac{f_1}{D_1} \cdot \dfrac{U_1^2}{2g}$

J_2 = cadente nella condotta forzata 2 $= \dfrac{f_2}{D_2} \cdot \dfrac{U_2^2}{2g}$

ΔH_d = perdite distribuite $= J_1 L_1 + J_2 L_2$

ΔH = perdita di carico complessiva $= \Delta H_L + \Delta H_D$

W_d = potenza dell'impianto [MW] $= \dfrac{\eta \cdot \gamma \cdot Q \, (\Delta z - \Delta H)}{1000000}$

Inseriamo nella tabella diversi valori di Q e la relativa potenza W. La portata che cerchiamo è quella che massimizza la potenza W.

→ Una volta trovata la portata Q dobbiamo verificare l'ipotesi di moto turbolento puro.

U^*_1 = velocità di attrito nella galleria in pressione 1 $= \frac{1}{2}\sqrt{g D_1 J_1}$

U^*_2 = velocità di attrito in ciascuna condotta forzata 2 $= \frac{1}{2}\sqrt{g D_2 J_2}$

Re^*_1 = n° di Reynolds di attrito nella galleria in pressione 1 $= \dfrac{U^*_1 \cdot K_{s1}}{\nu}$

Re^*_2 = n° di Reynolds di attrito in ciascuna condotta forzata 2 $= \dfrac{U^*_2 \cdot K_{s2}}{\nu}$

Essendo Re^*_1 e Re^*_2 entrambi > 70
l'ipotesi di moto turbolento puro è verificata.

Ipotizziamo di non utilizzare il diffusore ma che la turbine sia collegata al serbatoio 2 da una tubazione di diametro pari a Di-d.

U_M = velocità media nella Tubazione di sbocco $= \dfrac{Q}{n\, A_{i-d}}$

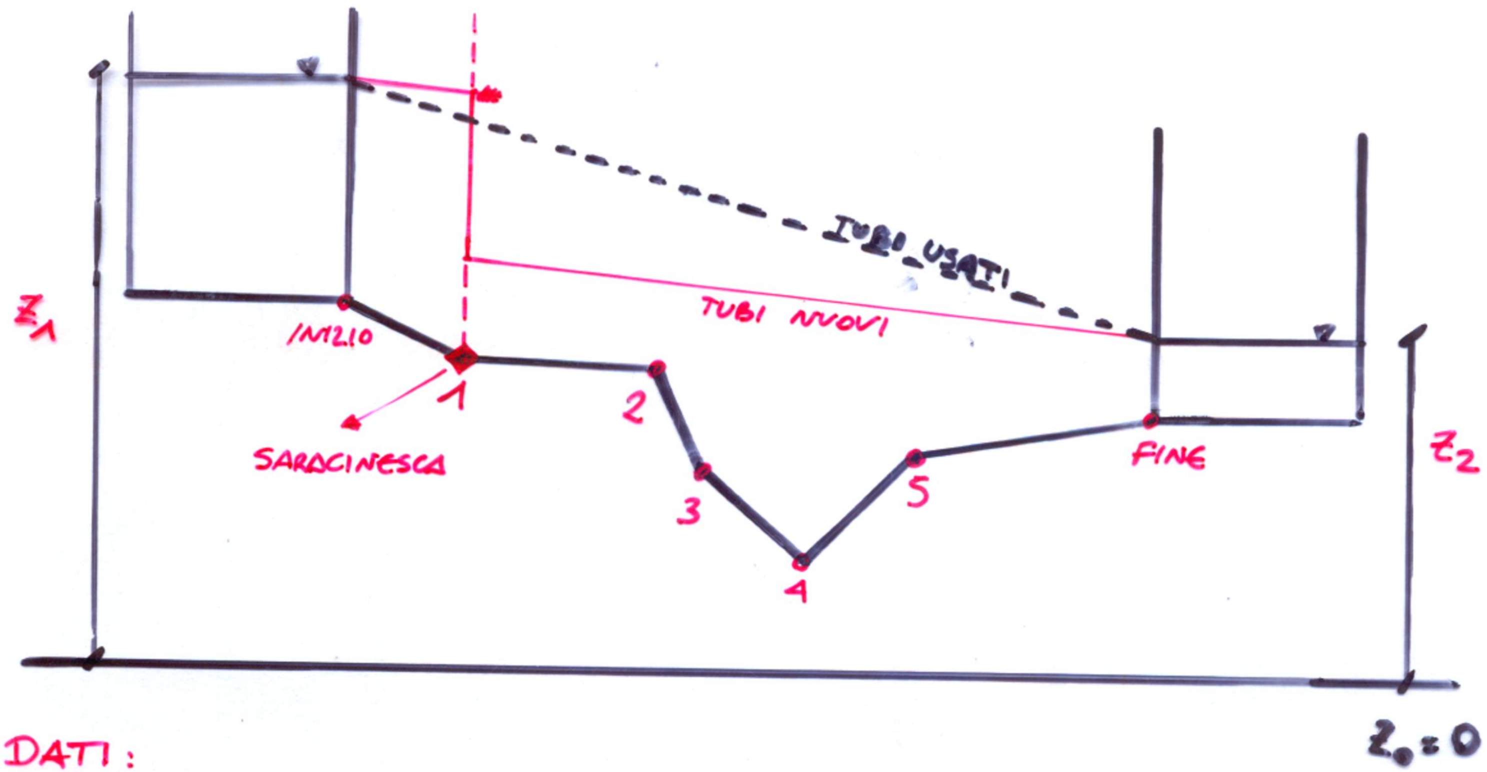
ΔH_L = perdite localizzate $= \Delta H$ imbocco $+ \Delta H_{distrib}$ $+ \Delta H$ sbocco $= 0.5 \dfrac{U_1^2}{2g} + K_d \dfrac{U_2^2}{2g} + \dfrac{U_M^2}{2g}$

ΔH = perdite di carico complessive $= \Delta H_L + \Delta H_d$

W = potenza dell'impianto $= \dfrac{\eta \cdot \gamma \cdot Q\,(\Delta z - \Delta H)}{1000000}$

Guadagno percentuale di potenza con il diffusore $= \dfrac{W_d - W}{W} \cdot 100$

ESERCIZIO 4C: ACQUEDOTTO ESTERNO



DATI:

z_1 z_2 Q η η_u L

→ E' valida l'approssimazione delle lunghe condotte: le perdite localizzate sono trascurabili

↳ $L > 2000\, d$

SOLUZIONE:

IPOTESI di TUBI USATI:

Δz : diff. di quote tra le superfici dei serbatoi $= z_1 - z_2$

→ Imponiamo un valore di tentativo del diametro della condotta

A = area della condotta $= \dfrac{\pi d^2}{4}$

U = velocita' media della corrente nella tubazione $= \dfrac{Q}{A}$

J_U = cadente $= \left(\dfrac{n_U \cdot U}{R^{2/3}}\right)^2 = \left[\dfrac{n_U \cdot U}{(d/4)^{2/3}}\right]^2$

ΔH_D = perdite distribuite = $J_U \cdot L$

e = errore nella soluzione dell'eq. di Bernoulli $= \dfrac{\Delta H_D - \Delta z}{\Delta z} \cdot 100$

Impostiamo la ricerca obiettivo ponendo $e = 0$ cambiando il diametro d.

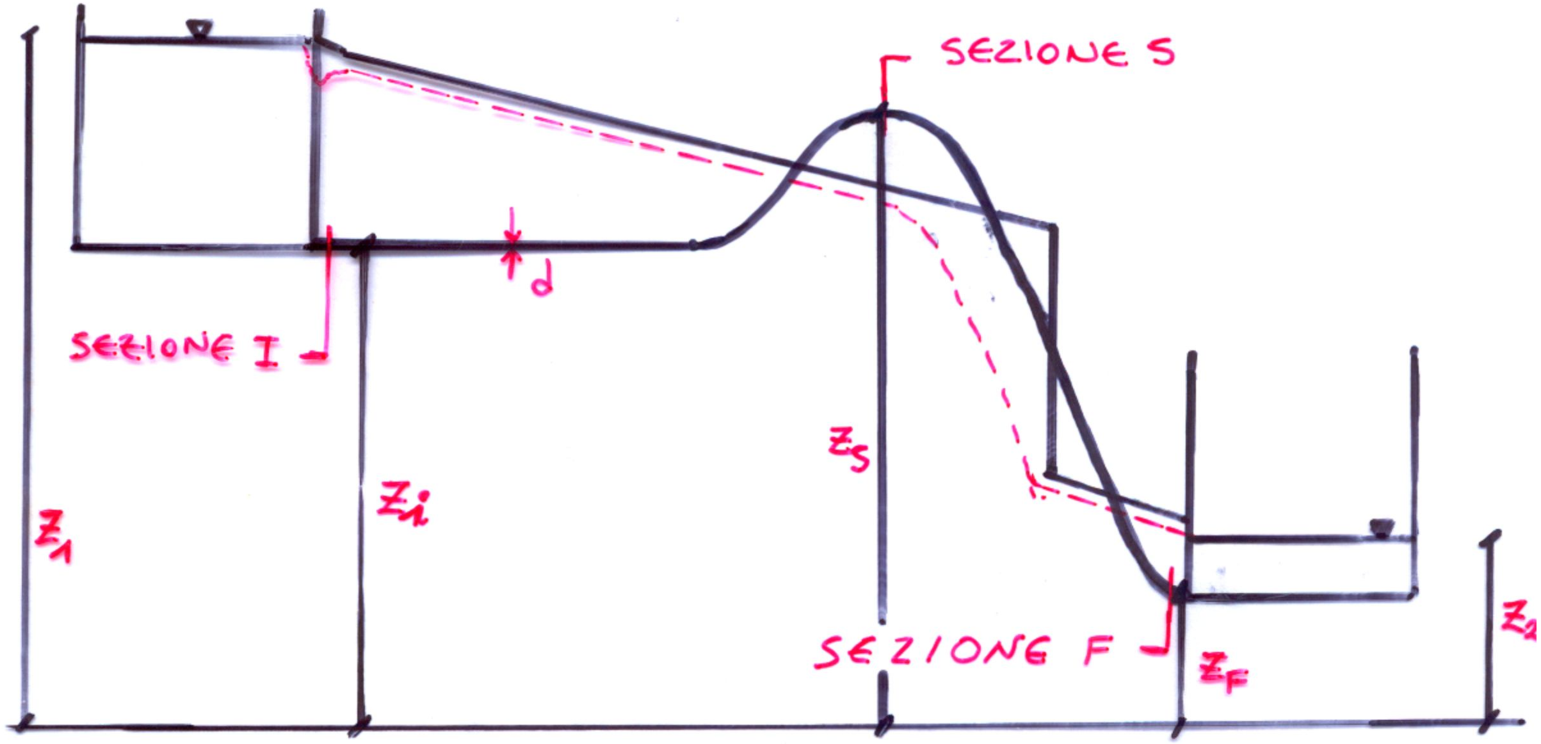
Ipotesi tubi nuovi:

Noto il diametro d:

J_N = cadente tubi nuovi $= \left(\dfrac{n \cdot U}{R^{2/3}}\right)^2 = \left[\dfrac{n \cdot Q}{A \cdot (d/4)^{2/3}}\right]^2$

ΔH_V = perdita di carico alla saracinesca $= z_1 - J_N \cdot L - z_2$

ESERCIZIO 5C : SIFONE



DATI

z_1 z_2 d z_I z_S z_F L_1 L_2 n h_n = depressione accettabile in condotta

SOLUZIONE : Soluzione di 1° tentativo

ΔZ = diff. quote tra le superfici dei serbatoi $= z_1 - z_2$

A : Area della tubazione $= \pi \dfrac{d^2}{4}$

Imponiamo un primo valore di tentativo di Q.

ΔH_L = perdite localizzate $= \dfrac{1}{2}\dfrac{U^2}{2g} + \dfrac{U^2}{2g} = \Delta H_{imb} + \Delta H_{sb.}$

J = cadente $= \left(\dfrac{n \cdot U}{R^{2/3}}\right)^2 = \left[\dfrac{n \cdot U}{(d/4)^{2/3}}\right]^2$

ΔH_D = perdite di carico distribuite $= J(L_1 + L_2)$

$\Delta H = \Delta H_D + \Delta H_C$

e = errore nella soluzione dell'eq. di Bernoulli $= \dfrac{\Delta H - \Delta z}{\Delta z} \cdot 100$

Impostiamo la ricerca obiettivo ponendo $e=0$ e cambiando Q.

H_I = carico tot. nella sez. contratta I $= z_1 - 0.1\,\dfrac{U^2}{2g}$

Y_I = quota piezometrica nella sez. contratta $= H_I - \dfrac{U_c^2}{2g} = H_I - \left(\dfrac{Q}{A_c}\right)^2 \cdot \dfrac{1}{2g} =$

$= H_I - \left(\dfrac{Q}{A \cdot C_c}\right)^2 \cdot \dfrac{1}{2g} = H_I - \dfrac{U^2}{C_c^2} \cdot \dfrac{1}{2g} = H_I - \dfrac{U^2}{0.6^2} \cdot \dfrac{1}{2g}$

h_i = altezza piezometrica minima nella sezione contratta $= Y_I - z_i - \dfrac{d}{2} = Y_I - \left(z_i + \dfrac{d}{2}\right)$

H_S = carico tot. sez. S = $z_1 - \frac{0.5\, U^2}{2g} - J \cdot L_1$

Y_S = quota piezometrica nella sez. S $= H_S - \frac{U^2}{2g}$

h_S = altezza piezometrica minima nella sez. S $= Y_S - z_S - \frac{d}{2} = Y_S - \left(z_S + \frac{d}{2}\right)$

→ La soluzione non è accettabile perché $h_S < h_n$ = depressione accettabile in condotta.

Imponiamo un valore di Q minore!

U = velocità media della corrente nella Tubazione = $\frac{Q}{A}$

H_S = carico TOT. nella sez. S = $z_S + h_n + \frac{d}{2} + \frac{U^2}{2g}$

ΔH_{1S} = differenza di carico = $z_1 - H_S$

ΔH_L = perdite di carico localizzate = $0.5 \frac{U^2}{2g}$

ΔH_D = perdite di carico distribuite = $J \cdot L_1$

ΔH = perdite di carico complessive = $\Delta H_L + \Delta H_D$

e = errore nella soluzione dell'eq. di Bernulli = $\frac{\Delta H_{1S} - \Delta H}{\Delta H_{1S}} \cdot 100$

h_S = altezza piezometrica minima nella sezione S = $H_S - \frac{U^2}{2g} - z_S - d/2 = h_n$