IDROSTATICA_C

Esercitazioni del corso di Fondamenti di idraulica

Dott.Ing. Gabriella Petaccia

petaccia@unipv.it

Università degli Studi di Pavia

Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale

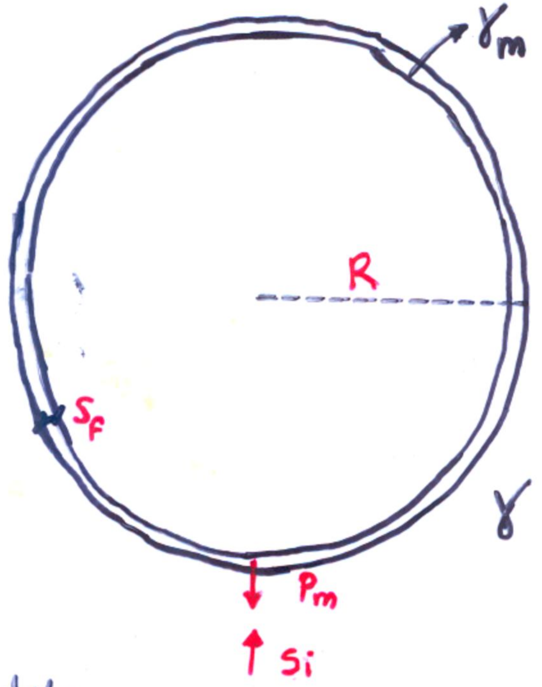
Idrostatica C – es1- spessore della sfera

DATI

γ_m = peso specifico metallo

γ = peso specifico liquido

R = raggio esterno della sfera



SOLUZIONE

La spinta idrostatica sulla sfera è verticale e diretta verso l'alto con modulo pari al volume del solido immerso per il peso specifico del liquido.

$S_i = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \gamma \cdot \frac{1}{1000}$ = spinta idrostatica

Idrostatica C – es1- spessore della sfera

Diamo un valore di tentativo allo spessore della sfera.

$$P_m = \frac{4}{3}\pi\left(R^3 - (R - s_F)^3\right) \cdot \gamma_m$$

Condizione di equilibrio → $S_i = P_m$

Si determina lo spessore della sfera in modo che

$S_i - P_m = 0$ → impostiamo la ricerca obiettivo → Strumenti

Imposta la cella : $S_i - P_m$

Al valore : 0

Cambiando la cella : s_F

Idrostatica C – es2- affondamento del palo

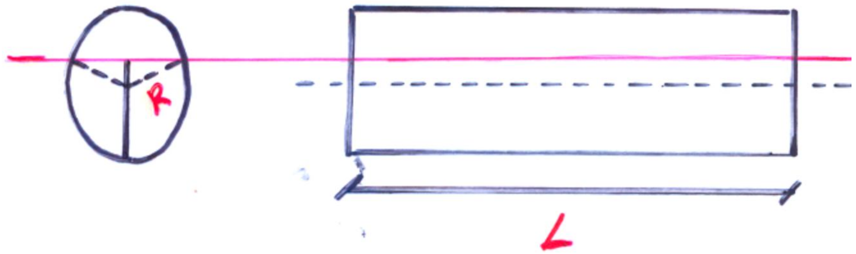
DATI

L = lunghezza del palo

R = raggio del palo

γ = peso specifico acqua

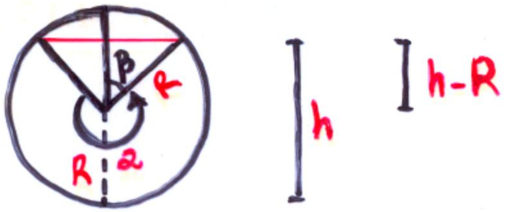
γ_L = peso specifico palo



SOLUZIONE

P_L = peso del palo $= \dfrac{\pi \cdot R^2 \cdot L \cdot \gamma_L}{1000}$

In condizioni di equilibrio il peso del corpo galleggiante è equilibrato dalla spinta idrostatica $\rightarrow P_L = S_i \rightarrow$ h valore di tentativo



$$h - R = R \cdot \cos\beta$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{h-R}{R}\right)$$

$$\alpha = 2\pi - 2\beta = 2\pi - 2\arccos\left(\frac{h-R}{R}\right)$$

ANGOLO DI APERTURA DEL SEGMENTO CIRCOLARE IMMERSO

Idrostatica C – es2- affondamento del palo

A = area della porzione di sezione trasversale (segmento circolare) immersa sotto il pelo libero $= \dfrac{R^2\,(2 - \operatorname{sen} 2)}{2}$

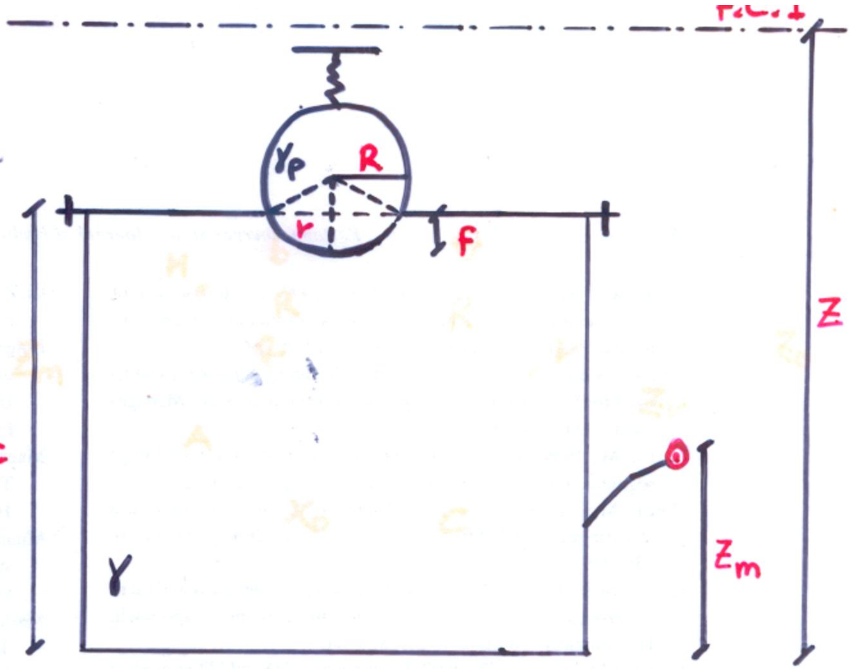
V = volume immerso $= A \cdot L$

S_i = spinta idrostatica sul palo galleggiante $= \gamma \cdot V \cdot \dfrac{1}{1000}$

Si determina attraverso la **RICERCA OBIETTIVO** l'affondamento del palo per il quale si ha la condizione di equilibrio tra peso del palo P_L e spinta idrostatica S_i.

Condizione di **EQUILIBRIO** $\rightarrow$ $P_L - S_i = 0$ cambiando h.

Idrostatica C – es3- valvola a sfera



DATI

P_m = indicazione del manometro metallico

h_c = altezza del recipiente

z_m = altezza del centro del manometro dal fondo

R = raggio della sfera

f = immersione della sfera nel liquido

γ_p

γ

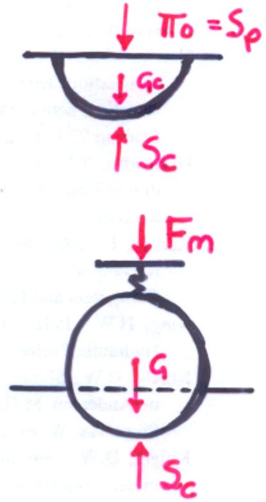
SOLUZIONE

z_c = quota del coperchio del recipiente $= h_c$

z = quota del P.C.I. $= z_m + \dfrac{P_m}{\gamma}$ $\quad \gamma \rightarrow kN/m^3$

r = raggio della luce chiusa dalla sfera $= \sqrt{R^2 - (R-f)^2}$

A = area della luce chiusa dalla sfera $= \pi \cdot r^2$



Idrostatica C – es3- valvola a sfera

S_p = spinta idrostatica sulla luce = $\gamma \cdot (z - z_c) \cdot A \cdot \frac{1}{1000}$

V_c = volume della calotta sferica immersa = $\frac{\pi}{3} f^2 (3R - f)$

S_c = spinta idrostatica sul volume della calotta immersa = $S_p + \gamma V_c \cdot \frac{1}{1000}$

G = peso della sfera in porcellana = $\frac{4}{3} \pi R^3 \gamma_p \cdot \frac{1}{1000}$

F_m = forza esercitata dalla molla → per l'equilibrio delle forze verticali = $S_c - G$

Idrostatica C – es4- paratoia cilindrica

DATI

R = raggio del cilindro

z_S = quota spigolo paratoia

z_m = quota p.l. di monte

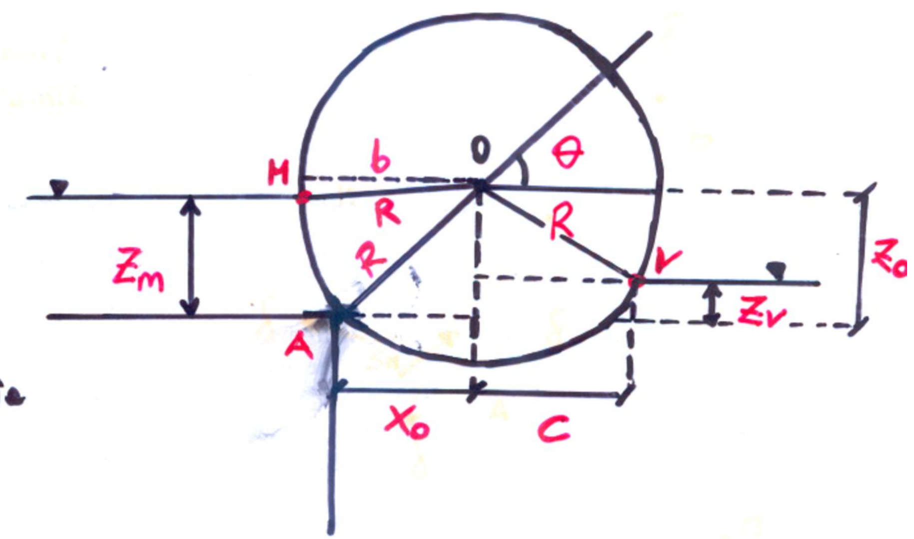
z_v = quota p.l. di valle

Θ = angolo rotazione rispetto orizzontale

G = peso al metro della paratoia

K = coeff. attrito corrello

γ = peso specifico acqua



SOLUZIONE

x_0 = ascissa dell'asse del cilindro = $R \cdot \cos\theta$

z_0 = ordinata dell'asse del cilindro = $R \cdot \operatorname{sen}\theta$

x_M = ascissa della traccia della linea di sponda a MONTE = $x_0 - b = x_0 - \sqrt{R^2 - (z_0 - z_m)^2}$

x_V = ascissa della traccia della linea di sponda a VALLE = $x_0 + c = x_0 + \sqrt{R^2 - (z_0 - z_v)^2}$

Idrostatica C – es4- paratoia cilindrica

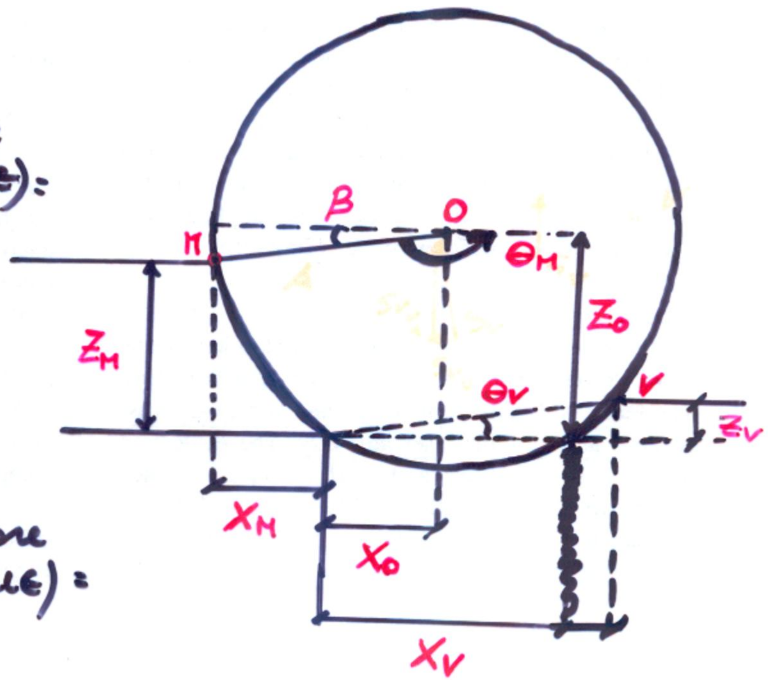
Θ_M = angolo del segmento circolare rispetto all'orizzontale (MONTE) =

$= \pi - \beta =$

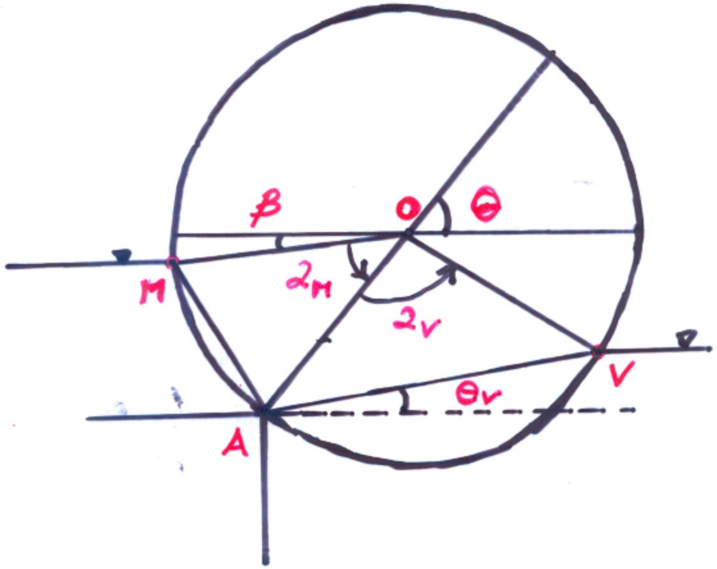
$= \pi - \arctan\left(\dfrac{z_0 - z_M}{|x_M| + x_0}\right)$

Θ_V = angolo del segmento circolare rispetto all'orizzontale (VALLE) =

$= \arctan\left(\dfrac{z_V}{x_V}\right)$



Idrostatica C – es4- paratoia cilindrica



α_M = angolo al centro del segmento circolare (MONTE) =

$$= \theta - \beta = \theta - \arctan\left(\frac{z_0 - z_M}{|x_M| + x_0}\right)$$

α_V = angolo al centro del segmento circolare (VALLE) =

→ il Triangolo OVA e' isoscele (2 lati = R) quindi gli angoli alla base sono uguali → $O\hat{A}V = O\hat{V}A = \theta - \theta_V$

$$\alpha_V = \pi - 2\,(O\hat{A}V) = \pi - 2\,(\theta - \theta_V)$$

C_M = lunghezza della CORDA di MONTE = $\overline{MA}$ $= 2R \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha_M}{2}\right)$

C_V = lunghezza della CORDA di VALLE = $\overline{AV}$ $= 2R \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha_V}{2}\right)$

Idrostatica C – es4- paratoia cilindrica

S_M = modulo della spinta IDROSTATICA di MONTE agente sul PIANO MA $= \gamma \dfrac{z_M}{2} G_M$

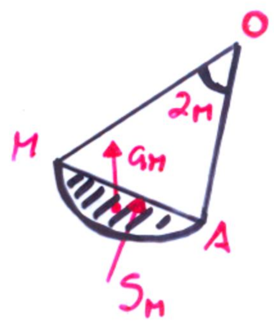
↳ Forze per unità di lunghezza

G_M = peso del liquido spostato dal segmento circolare (MONTE) =

$= \gamma$ (Area settore circolare − Area Triangolo) =

$$= \gamma \left(\frac{R^2}{2} \cdot 2_M - R^2 \operatorname{sen} \frac{2_M}{2} \cos \frac{2_M}{2} \right) =$$

$$= \gamma \frac{R^2}{2} \left(2_M - \operatorname{sen} 2_M \right)$$



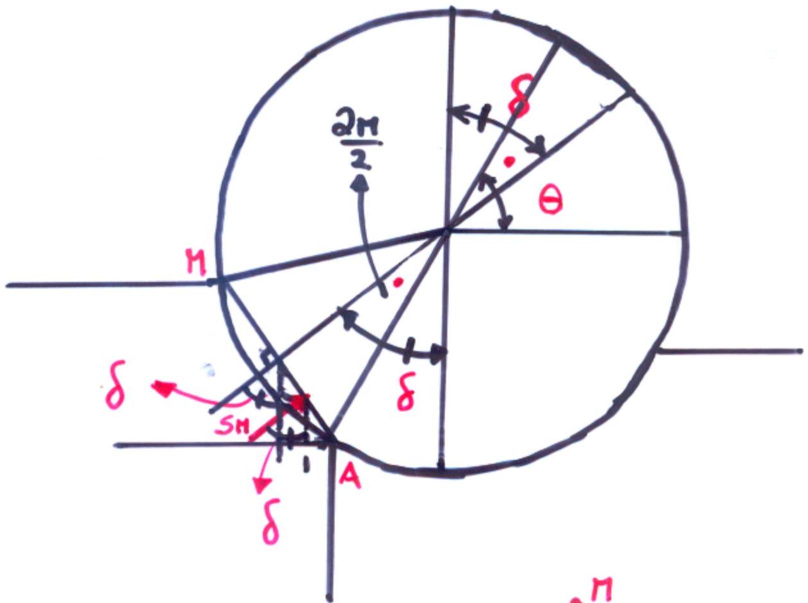
Idrostatica C – es4- paratoia cilindrica

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \theta + \frac{\alpha_M}{2}$$

$$S_{O_M} = S_M \cdot \text{sen}\,\delta$$

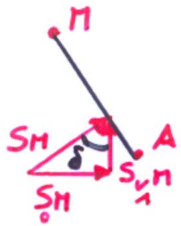
$$S_{V_{M_1}} = S_M \cdot \cos\delta$$

Componenti della spinta S_M



S_{V_M} = componente verticale della spinta di MONTE =

$= S_{V_{M_1}} + G_M$



S_V = modulo della spinta idrostatica sul piano di VALLE → AV $= \gamma \cdot \frac{z_V}{2} \cdot a_V$

G_V = peso del liquido spostato dal segmento circolare di VALLE $= \gamma \cdot \frac{R^2}{2}\left(\alpha_V - \text{sen}\,\alpha_V\right)$

Idrostatica C – es4- paratoia cilindrica

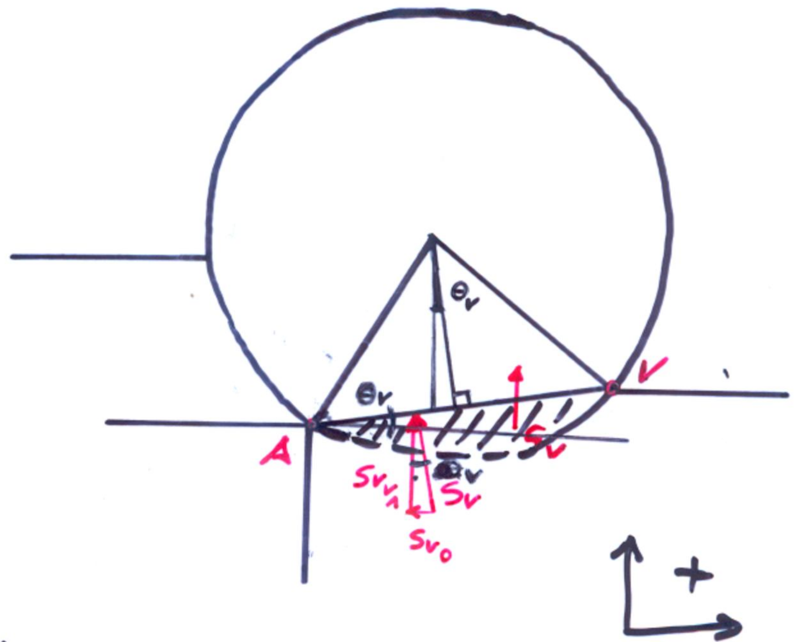
S_{o_v} = componente ORIZZONTALE della spinta di VALLE

$= -S_v \cdot \operatorname{sen} \theta_v$

$S_{v_{v_1}} = S_v \cdot \cos \theta_v$

S_{v_v} = componente VERTICALE della spinta di VALLE

$= S_{v_{v_1}} + G_v$



S_{o_c} = componente ORIZZONTALE della spinta complessiva

$= \Sigma_{ORIZZ} = S_{o_M} + S_{o_v}$

S_{v_c} = componente VERTICALE della spinta complessiva $= \Sigma$ vert. $= S_{v_M} + S_{v_v}$

Idrostatica C – es4- paratoia cilindrica

S_c = spinta complessiva $= \sqrt{So_c^2 + Sv_c^2}$

Per l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali

R_o = componente ORIZZONTALE della risultante delle forze esterne $= So_c =$ componente ORIZZONTALE della spinta complessiva

R_v = componente VERTICALE della risultante delle forze esterne $= Sv_c - G$

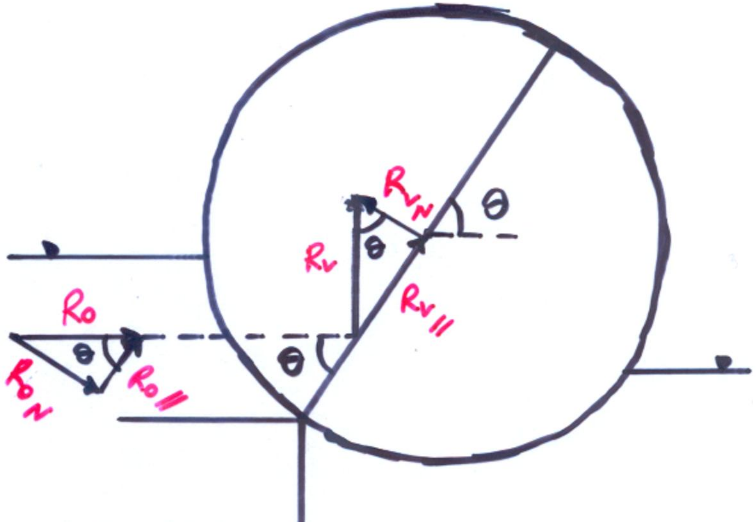
→ Scomponiamo le risultanti (R_o e R_v) nella direzione NORMALE e PARALLELA alla rotaia

$R_{o_{//}} = R_o \cdot \cos\theta$

$R_{o_N} = R_o \cdot \text{sen}\theta$

$R_{v_{//}} = R_v \cdot \text{sen}\theta$

$R_{v_N} = R_v \cdot \cos\theta$



Idrostatica C – es4- paratoia cilindrica

N : forza NORMALE alla rotaia $= R_{V_N} - R_{O_N}$

P : forza PARALLELA alla rotaia $= R_{O_{//}} + R_{V_{//}}$

T = resistenza di ATTRITO $= K \cdot N$

F = forza di VINCOLO $= P - T$

Idrostatica C – es5- spinta sul coperchio e sul fondo di un serbatoio

DATI

d

h

z_C

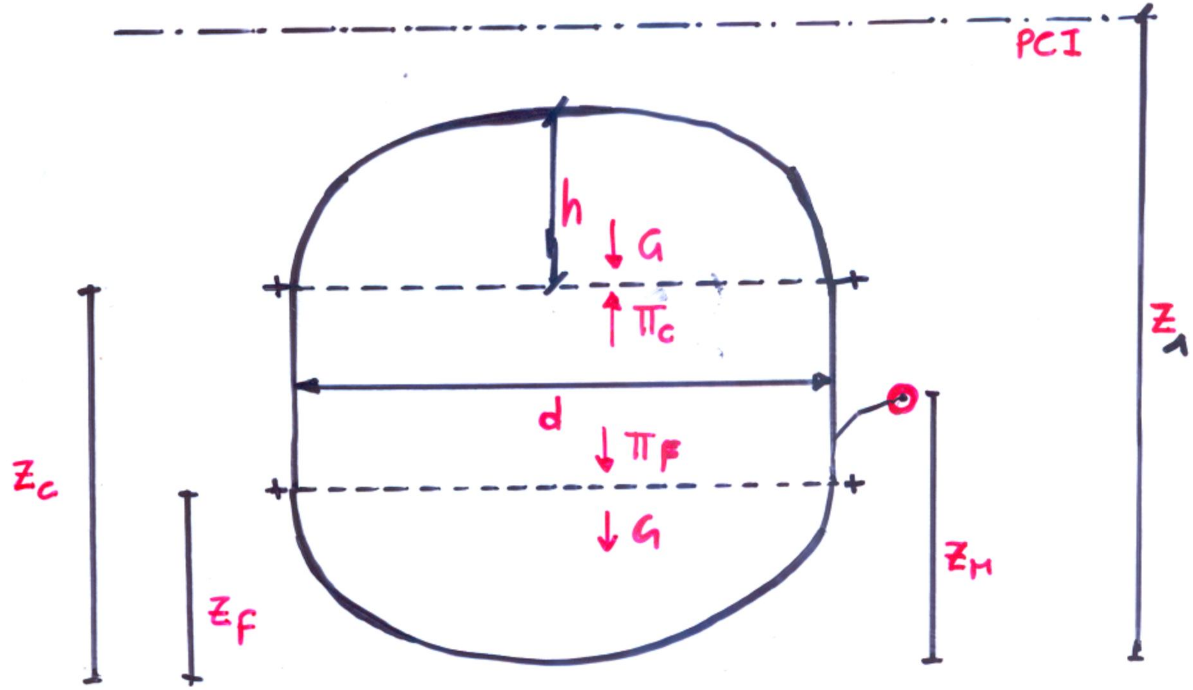
z_M

p_M

γ

N_C

N_F



SOLUZIONE

Dall' indicazione del MANOMETRO METALLICO:

$$p_M = \gamma (z_1 - z_M) \rightarrow z_1 = \frac{p_M}{\gamma} + z_M$$

Idrostatica C – es5- spinta sul coperchio e sul fondo di un serbatoio

A = area della sezione trasversale del serbatoio $= \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$

R = raggio della sfera contenente la calotta $= \frac{d}{2}$

Π_c = spinta sulla sezione di attacco del coperchio $= \gamma (z_1 - z_c) \cdot A \cdot \frac{1}{1000}$

Π_f = spinta sulla sezione di attacco del fondo $= \gamma (z_1 - z_f) \cdot A \cdot \frac{1}{1000}$

G = peso del volume idrico nella calotta $= \gamma \cdot V_{calotta} = \gamma \cdot \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h) \cdot \frac{1}{1000}$

Idrostatica C – es5- spinta sul coperchio e sul fondo di un serbatoio

S_c = spinta sul coperchio = $\Pi_c - G$

S_F = spinta sul fondo = $\Pi_F + G$

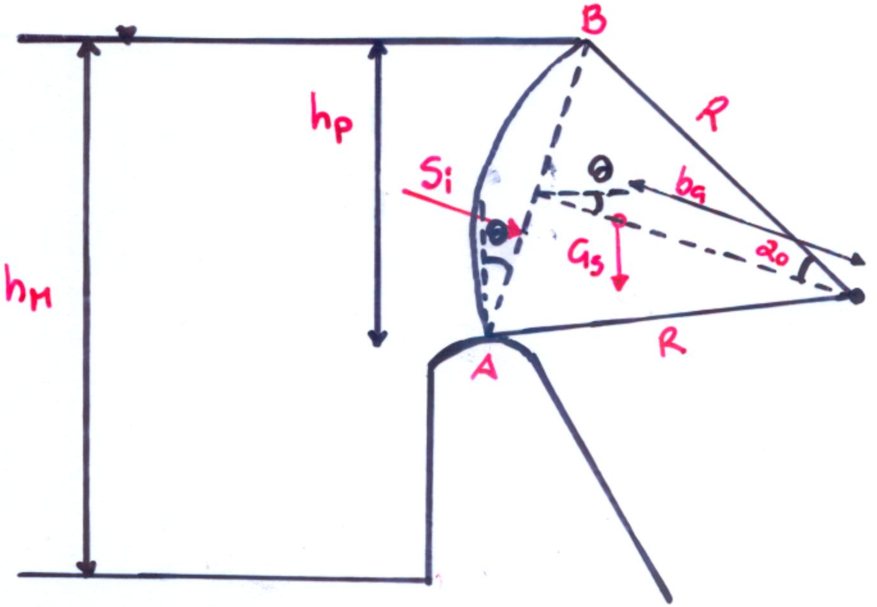
T_c = Tiro unitario per bullone del coperchio = $\dfrac{S_c}{N_c}$

T_F = Tiro unitario per bullone del fondo = $\dfrac{S_F}{N_F}$

Idrostatica C – es6- spinta sul perno della paratoia a settore

DATI

B
R
h_M
θ
h_p
b_G
G_s
γ



SOLUZIONE

L = lunghezza del piano sul quale si esercita la pressione idrostatica $= \dfrac{h_p}{\cos\theta}$

A = area del piano (AB) $= B \cdot L$

Idrostatica C – es6- spinta sul perno della paratoia a settore

S_i = spinta idrostatica sulla superficie piana $= \gamma \cdot \dfrac{h_p}{2} \cdot A$

b_0 = braccio della spinta idrostatica rispetto al perno della paratoia $= \dfrac{L}{2} - \dfrac{L}{3}$

$\overline{AB} = L = 2R \operatorname{sen} \alpha_0$

$\alpha_0 = \operatorname{arcsen}\left(\dfrac{L}{2R}\right)$ = semi angolo di apertura della paratoia

V = volume liquido spostato =

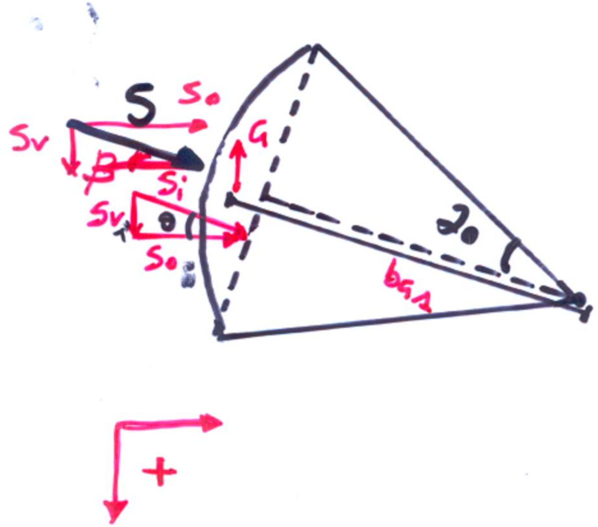
$$= \underbrace{\left(R^2 \cdot \alpha_0 - R^2 \cos \alpha_0 \cdot \operatorname{sen} \alpha_0\right)}_{\text{Area}} \cdot B$$

Idrostatica C – es6- spinta sul perno della paratoia a settore

G = peso del volume del liquido spostato $= \dfrac{\gamma}{1000}\cdot V$

b_{G_1} = distanza (misurata lungo l'asse) del baricentro del volume liquido dal perno =

$$= \frac{2\cdot R\cdot \text{sen}^3(\alpha_0)}{3\left(\alpha_0 - \text{sen}(\alpha_0)\cdot\cos(\alpha_0)\right)}$$



S_o = componente ORIZZONTALE della spinta sulla paratoia =

$$= \underbrace{S_i\cdot\cos\theta}_{S_{o_i}}$$

S_v = componente VERTICALE della spinta sulla paratoia =

$$= \underbrace{S_i\cdot\text{sen}\,\theta}_{S_{v_i}} - G$$

Idrostatica C – es6- spinta sul perno della paratoia a settore

β = inclinazione della spinta sulla paratoia rispetto all'orizzontale $= \mathrm{arctg}\left(\frac{S_v}{S_o}\right)$

S = modulo della spinta sulla paratoia $= \sqrt{S_o^2 + S_v^2}$

S pone per il perno $\longrightarrow$ equilibrio dei momenti rispetto al perno

$$2F \cdot R = G_S \cdot b_G$$

$$F = \frac{G_S \cdot b_G}{2R}$$ = Forza da applicare alla catena