

IDRODINAMICA_D

Esercitazioni del corso di Fondamenti di idraulica

Dott.Ing. Gabriella Petaccia

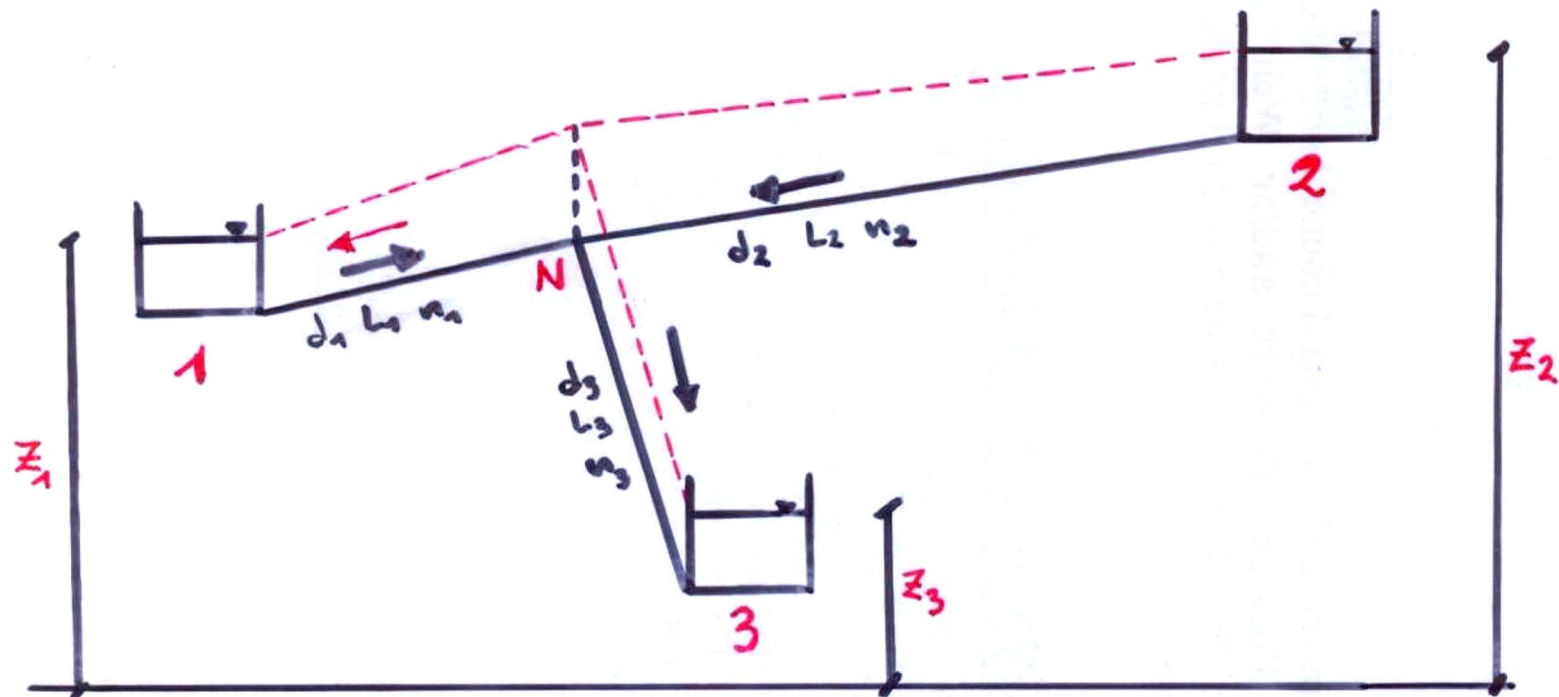
petaccia@unipv.it



Università degli Studi di Pavia

Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale

IDRODINAMICA D: ES. 1D: SISTEMA DI LUNGHE CONDOTTE



DATI

z_1	z_2	z_3
d_1	d_2	d_3
L_1	L_2	L_3
n_1	n_2	n_3
z_1	z_2	z_3

Versi POSITIVI delle corrente:

- dal serbatoio 1 al nodo N
- dal serbatoio 2 al nodo N
- dal nodo N al serbatoio 3

SOLUZIONE

$$A_1 = \text{area sezione 1} = \frac{\pi d_1^2}{4}$$

$$A_2 = \text{area sezione 2} = \frac{\pi d_2^2}{4}$$

$$A_3 = \text{area sezione 3} = \frac{\pi d_3^2}{4}$$

$$R_1 = \text{raggio idraulico sez. 1} = \frac{d_1}{4}$$

$$R_2 = \text{raggio idraulico sez. 2} = \frac{d_2}{4}$$

$$R_3 = \text{raggio idraulico sez. 3} = \frac{d_3}{4}$$

Imponiamo dei valori di primo tentativo della portata nei Tronchi 1 e 2, mentre la portata nel tronco 3 si calcola imponendo la continuità al nodo N.

Q_1 : valore di tentativo

Q_2 : valore di tentativo

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

$$J_1 = \text{cadente tubazione 1} = \left(\frac{v_1}{A_1 R_1^{2/3}} \right)^2 \cdot Q_1 |Q_1|$$

$$J_2 = \text{cadente tubazione 2} = \left(\frac{v_2}{A_2 R_2^{2/3}} \right)^2 \cdot Q_2 |Q_2|$$

$$J_3 = \text{cadente tubazione 3} = \left(\frac{v_3}{A_3 R_3^{2/3}} \right)^2 \cdot Q_3 |Q_3|$$

Per il tronco 1:

$$H_{N_1} = \text{quota piezometrica} = z_1 - J_1 L_1 \\ \text{al nodo N}$$

Per il tronco 2:

$$H_{N_2} = \text{quota piezometrica} = z_2 - J_2 L_2 \\ \text{al nodo N}$$

Per il tronco 3:

$$H_{N_3} = \text{quota piezometrica} = z_3 + J_3 L_3 \\ \text{al nodo N}$$

$$E_1 = \text{errore nella quota piezometrica del Tronco 1} = \frac{H_{N1} - H_{N3}}{H_{N3}}$$

$$E_2 = \text{errore nella quota piezometrica del Tronco 2} = \frac{H_{N2} - H_{N3}}{H_{N3}}$$

Per la congruenza $H_{N1} = H_{N2} = H_{N3}$

impostiamo il **RISOLUTORE** (\rightarrow STRUMENTI)

pensando come cella obiettivo $E_1 = 0$ cambiando

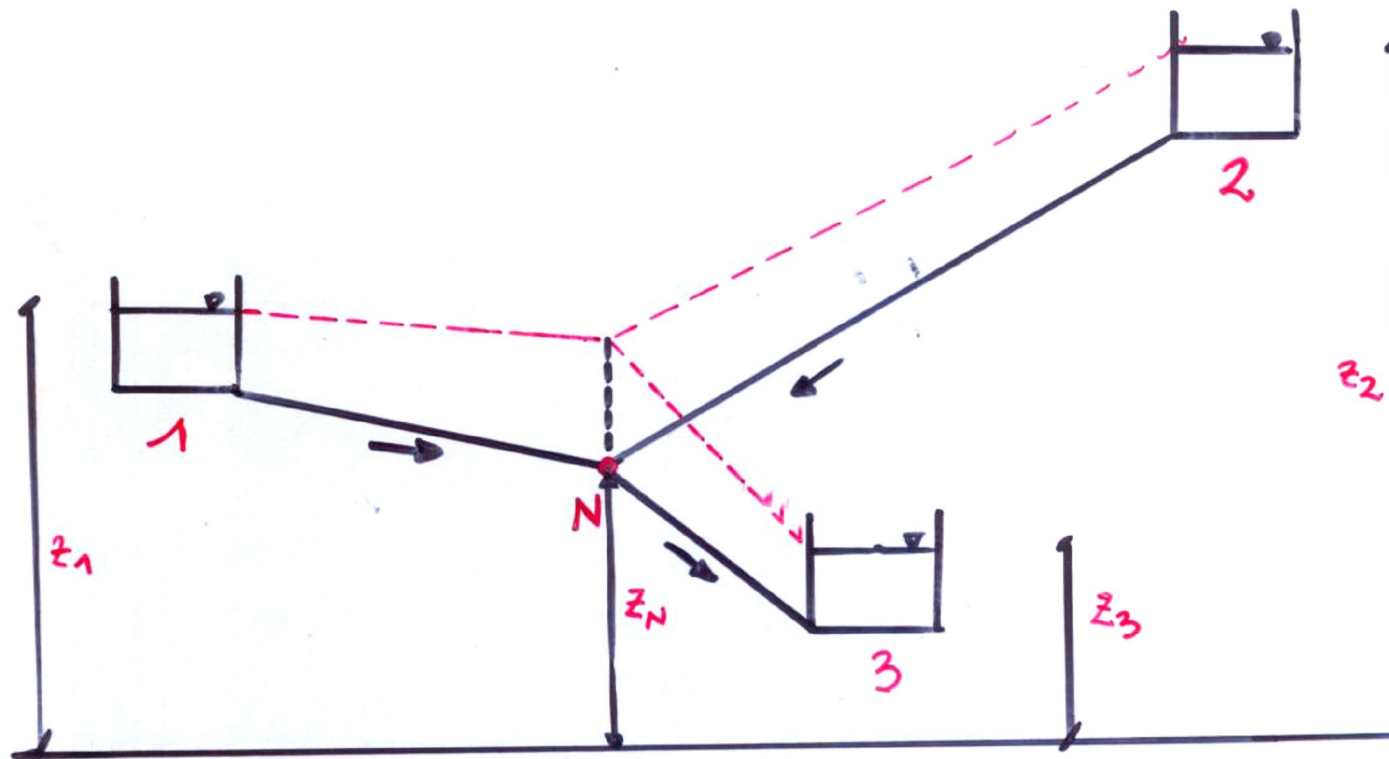
le celle Q_1 e Q_2 e imponendo come vincolo

$$E_2 = 0 \approx E_1$$

// **RISOLUTORE** trova la soluzione (RISOLVI)

ossia individua le portate reali che transitano nelle condotte e i versi di percorrenza.

ES. 2D : SISTEMI DI LUNGHE CONDOTTE CON VALVOLE



SITUAZIONE A

DATI :

z_1 z_2 z_3

L_1 L_2 L_3

n_1 n_2 n_3

Q_1 Q_2 Q_3

z_N = quota del Tenace
nel nodo N

10 m = altezza piezometrica
nel nodo N

SOLUZIONE:

Si calcolano i diametri dei 3 condotti per rendere l'isteme piezometrica al nodo N uguale a 10 m.

$$h_N = \text{quota piezometrica imposta al nodo N} = z_N + 10$$

$$J_1 = \text{cadente nel condotto 1} = \frac{z_1 - h_N}{L_1} = \frac{\Delta H}{L}$$

$$J_2 = \text{cadente nel condotto 2} = \frac{z_2 - h_N}{L_2}$$

$$J_3 = \text{cadente nel condotto 3} = \frac{h_N - z_3}{L_3}$$

essendo $\Delta H = J \cdot L$

// diametro del condotto e' calcolato dalla relazione di manning:

$$J = \frac{n^2 |Q| Q}{A^2 \cdot R^{4/3}} = \frac{n^2 |Q| Q}{\pi^2 \frac{d^4}{Q^2} \left(\frac{d}{4}\right)^{4/3}}$$

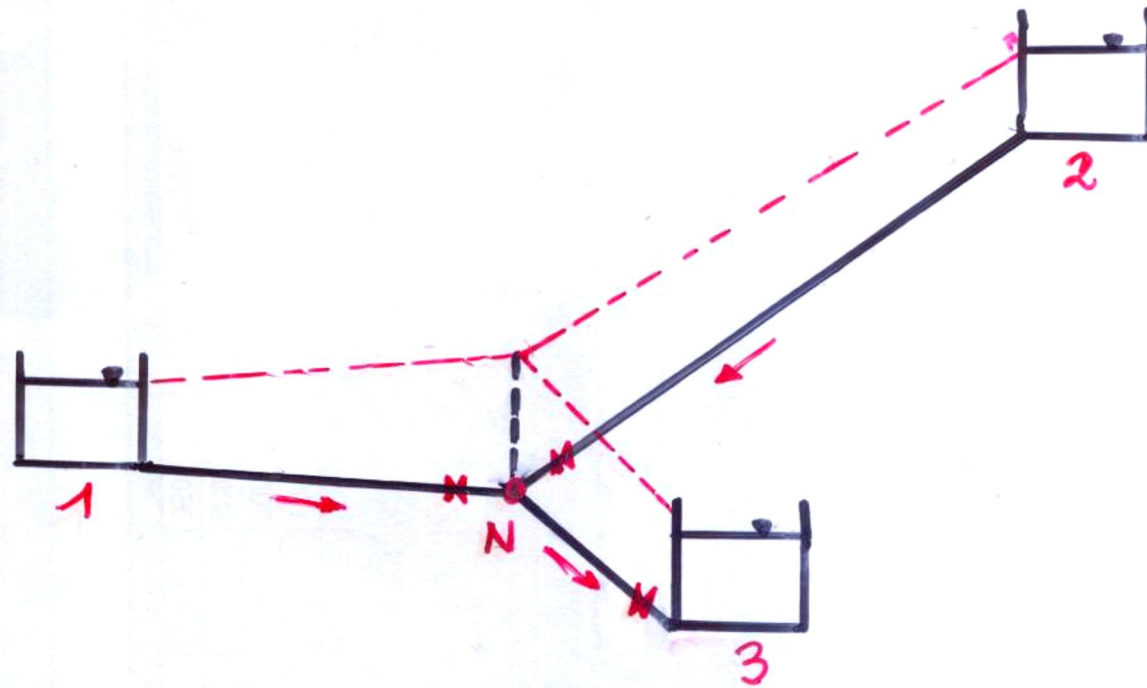
esplaciamo d:

$$d = \left(\frac{n^2 \cdot |Q| Q}{\pi^2 \cdot J} \cdot 4^{10/3} \right)^{3/16} = \left(\frac{n \cdot Q}{\pi \sqrt{J}} \right)^{3/8} \cdot 4^{10/16}$$

$$= 4^{5/8} \left(\frac{n \cdot Q}{\pi \cdot \sqrt{J}} \right)^{3/8}$$

SITUAZIONE B

Usando i diametri commerciali le portate assegnate sono previste solo se si provocano perdite di carico in valvole parzializzate poste subito prima di nodo N nei tronchi 1 e 2 e subito prima del tuberoio 3 nel tronco 3.



DATI

$z_1 \quad z_2 \quad z_3$

$L_1 \quad L_2 \quad L_3$

$n_1 \quad n_2 \quad n_3$

z_N

$Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3$

$D_{N1} \quad D_{N2} \quad D_{N3} = \text{diametri commerciali dei condotti}$

SOLUZIONE

$$J_i = \text{coefficiente formula di Manning} = \frac{n^2 \cdot Q \cdot |Q|}{A^2 \cdot R^{4/3}} = \frac{n^2 \cdot Q \cdot |Q|}{\left(\frac{\pi D_i^2}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{D_i}{4}\right)^{4/3}} \quad 3$$

$$h_N = \begin{matrix} \text{quota} \\ \text{altezza piezometrica} \\ \text{imposta al nodo N} \end{matrix} = z_N + 10$$

$$h_{Ni} = \begin{matrix} \text{quota} \\ \text{altezza piezometrica} \\ \text{calcolata al nodo N} \end{matrix} :$$

$$\text{- TRONCO 1 : } z_1 - h_{N_1} = J_1 \cdot L_1$$

$$h_{N_1} = z_1 - J_1 \cdot L_1$$

$$\text{- TRONCO 2 : } z_2 - h_{N_2} = J_2 \cdot L_2$$

$$h_{N_2} = z_2 - J_2 \cdot L_2$$

$$\text{- TRONCO 3 : } h_{N_3} - z_3 = J_3 \cdot L_3$$

$$h_{N_3} = z_3 + J_3 \cdot L_3$$

Δh_i = perdite di carico nelle valvole
puntuatizzate:

- TRONCO 1 : $h_{N1} - h_N$

- TRONCO 2 : $h_{N2} - h_N$

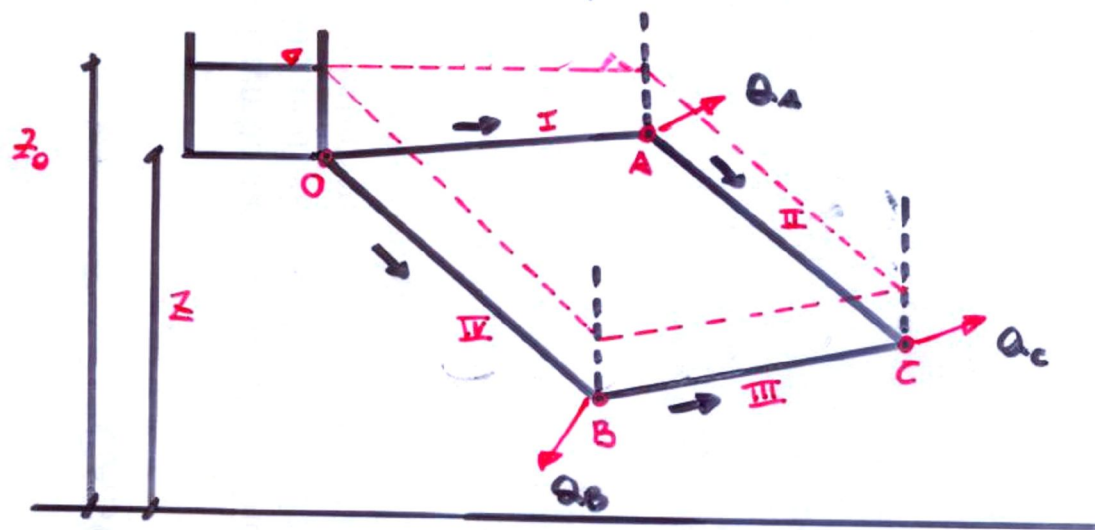
- TRONCO 3 : $h_N - h_{N3}$

$$U_i = \frac{Q_i}{\pi \cdot \frac{d_{a_i}^2}{4}}$$

$$K_i = \frac{\Delta H_i}{\frac{U_i^2}{2g}}$$

essendo $\Delta H_i = K_i \frac{U_i^2}{2g}$

ES. 3D: SISTEMA AD ANELLO DI LUNGHE CONDOTTE



DATI

z_0

z

Q_A

Q_B

Q_C

Q_0 = portata erogata
dal serbatoio

$d_1 \quad d_2 \quad d_3 \quad d_4$

$L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4$

$n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad n_4$

→ Calcolare la portata di
fluido nel sistema ad
anello di lunghe condotte

SOLUZIONE

Si impone un valore di tentativo di portata nel RAMO 1, le portate nei RAMI 2, 3 e 4 vengono calcolate imponendo l'equazione di continuità.

Q_1 = valore di tentativo

$$A_i = \frac{\pi d_i^2}{4}$$

$$D_i = \text{raggio idraulico} = \frac{D_i}{4}$$

$$Q_2 = \text{portata nel tronco 2} = Q_1 - Q_A$$

$$Q_4 = \text{portata nel tronco 4} = Q_0 - Q_1$$

$$Q_3 = \text{portata nel tronco 3} = Q_1 - Q_B$$

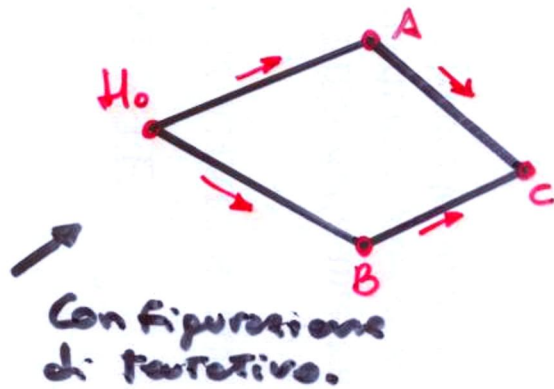
$$J_i = \text{cadute nel ramo i-esimo} = Q_i |Q_i| \cdot \left(\frac{v_i}{A_i \cdot R_i^{2/3}} \right)^2$$

Nell'ipotesi di lunghe condotte le perdite di carico nei tronchi si riducono e quelle distribuite:

$$\Delta H_i = J_i \cdot L_i$$

$$\Delta H = \text{equilibrio delle perdite di carico} = \Delta H_1 + \Delta H_2 - \Delta H_3 - \Delta H_4$$

Impongo ricorrendo obiettivo ponendo $\Delta H = 0$ costruendo la cella di e trovo la configurazione reale delle pareti.



$$\begin{cases} H_C = H_0 - \Delta H_{0B} - \Delta H_{BC} \\ H_C = H_0 - \Delta H_{0A} - \Delta H_{AC} \end{cases}$$

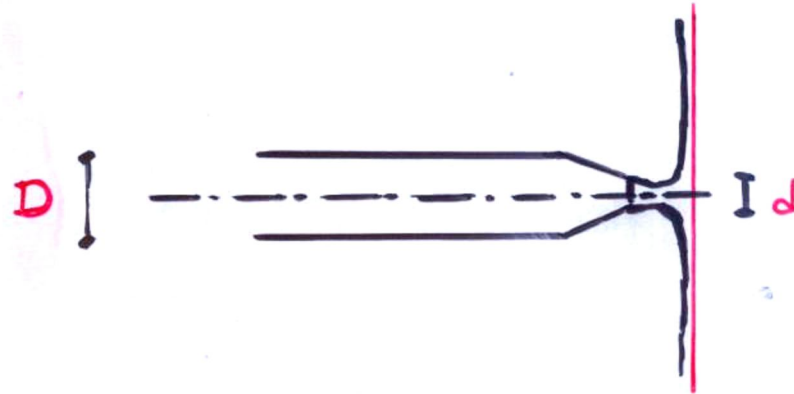
continuità nel nodo C

$$H_{C_{1-2}} = H_{C_{2-3}}$$

$$\cancel{H_0} - \Delta H_{0B} - \Delta H_{BC} = \cancel{H_0} - \Delta H_{0A} - \Delta H_{AC}$$

$$\Delta H_{0B} + \Delta H_{BC} - \Delta H_{0A} - \Delta H_{AC} = 0 \quad 2$$

ES. 4D: SPINTA SU PIASTRA



DATI : $D, d, C_c, \gamma, \theta, Q$

SOLUZIONE:

A_c : Area della sezione contratta : $C_c \cdot \frac{d^2}{4} \cdot \pi$

V_c : velocità della corrente nella sezione contratta : $\frac{Q}{A_c}$

M_c : Flusso di quantità di moto attraverso la sezione contratta : $\gamma \cdot V_c \cdot Q = \frac{\gamma}{g} \cdot V_c$

F_o = componente orizzontale della
spinta sulle piastre = $M_c \cdot \cos \theta$

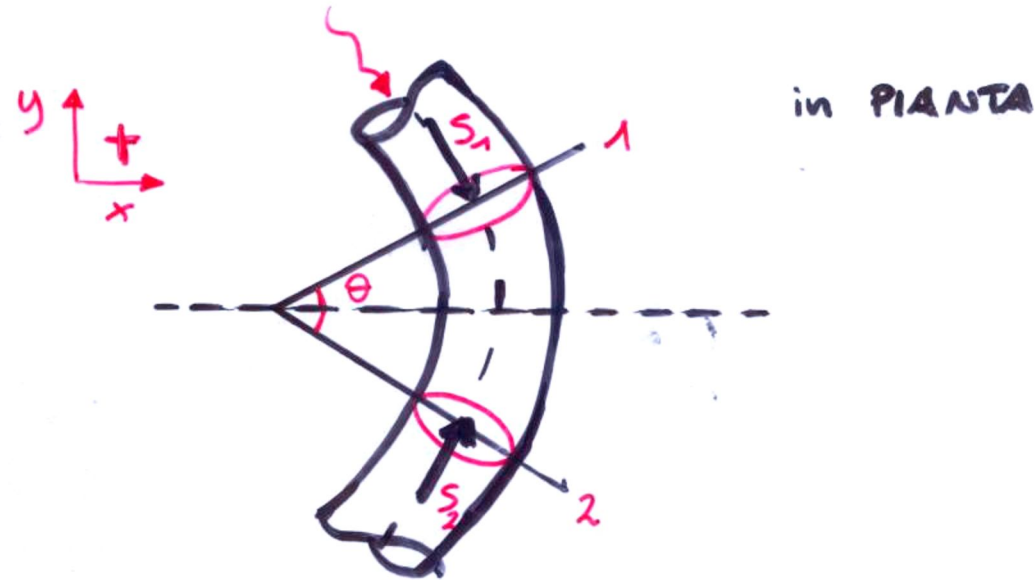
F_v = componente verticale della
spinta sulle piastre = $M_c \cdot \sin \theta$

F = spinta sulle piastre = $\sqrt{F_o^2 + F_v^2}$

ES. 5D : SPINTA SU TUBAZIONE A GOMITO

DATI

D_1
 D_2
 γ
 Q
 θ
 P_1



SOLUZIONE :

L'asse del condotto è posto sul piano $z=0$ quindi non si considere la componente ^{orizzontale} del peso.
Inoltre è trascurabile la perdita di carico nel gomito.

$$A_1 \quad \text{area della sez. 1} = \frac{\pi D_1^2}{4}$$

$$U_1 \quad \text{velocità della corrente nella sez. 1} = \frac{Q}{A_1}$$

$$A_2 \quad \text{area della sez. 2} = \frac{\pi D_2^2}{4}$$

$$U_2 \quad \text{velocità della corrente nella sez. 2} = \frac{Q}{A_2}$$

$$H \quad \text{carico Tot. nella sezione 1 del pozzo} = \frac{P_1 \cdot 1000}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = H_1$$

$$P_2 = \text{pressione nel centro della sez. 2} = \left(H - \frac{U_2^2}{2g} \right) \frac{\gamma}{1000}$$

SD/

$$M_1 = \text{modulo flusso quantitativo di moto sez. 1} = \frac{\gamma \cdot Q \cdot U_1}{g \cdot 1000}$$

$$M_2 = \text{modulo flusso quantitativo di moto sez. 2} = \frac{\gamma \cdot Q \cdot U_2}{g \cdot 1000}$$

$$\Pi_1 = \text{modulo delle spinte idrostatiche sez. 1} = P_1 \cdot A_1$$

$$\Pi_2 = \text{modulo delle spinte idrostatiche sez. 2} = P_2 \cdot A_2$$

$$S_1 = \text{modulo delle spinte sulla sez. 1 di entrata} = \Pi_1 + M_1$$

$$S_2 = \text{modulo delle spinte sulla sez. 2 di uscita} = \Pi_2 + M_2$$

$$\frac{\theta}{2} = \text{semi-angolo di deviazione del pozzetto}$$

↗ direzione x

$$F_{cx} = \text{componente orizzontale delle spinte sul punto} = S_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) + S_2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$F_{cy} = \text{componente in direzione y delle spinte sul punto} = -S_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) + S_2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$\vec{c} = \text{modulo delle spinte} = \sqrt{F_{cx}^2 + F_{cy}^2}$$