# IDRODINAMICA_A

Esercitazioni del corso di Fondamenti di idraulica

Dott.Ing. Gabriella Petaccia

petacciat@unipv.it

Università degli Studi di Pavia

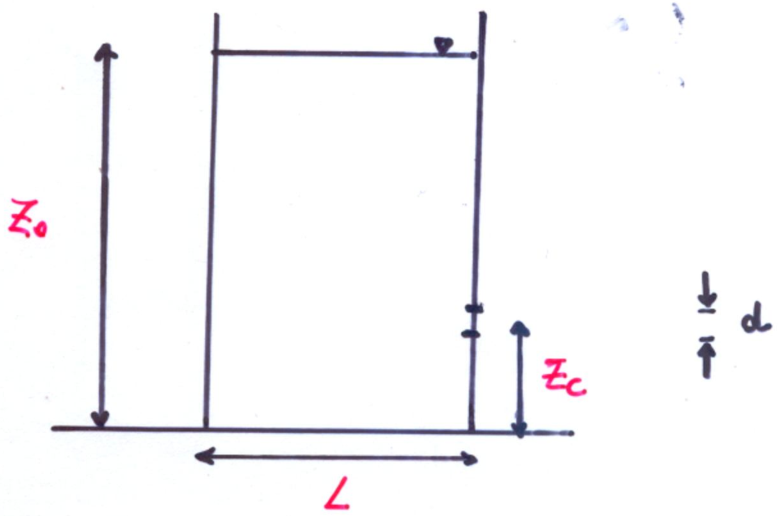
*Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale*

IDRODINAMICA A: ESERCIZIO 1A:

SVUOTAMENTO DI UN SERBATOIO

DATI

$z_0 \quad L \quad z_c \quad d \quad \mu \quad t_F$




SOLUZIONE

La portata uscente del serbatoio è:

$$Q = \mu \cdot a \sqrt{2g\,(z - z_c)} \qquad (1)$$

Integro l'equazione di continuità :

$$Q_i - Q_u = \frac{dV}{dt}$$

Dove la portata entrante $Q_i = 0$ e la portata uscente è data dalla relazione di efflusso (1):

$$-\mu \cdot a \sqrt{2g\,(z - z_c)} = L^2 \; \frac{dz}{dt}$$

$$-\frac{\mu \cdot a}{L^2} \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{z - z_c} = \frac{dz}{dt}$$

$$dt\left(-\frac{\mu a}{L^2}\cdot\sqrt{2g}\right)=\frac{dz}{\sqrt{z-z_c}}$$

$$\int_0^{t_F}\left(-\frac{\mu\cdot a}{L^2}\cdot\sqrt{2g}\right)dt=\int_{z_0}^{z_F}\frac{dz}{\sqrt{z-z_c}}$$

$$-\frac{\mu\cdot a}{L^2}\sqrt{2g}\left(T_F-T_0\right)=\left[2\sqrt{z-z_c}\right]_{z_0}^{z_F}$$

$$t_0=0$$

$$-\frac{\mu\cdot a}{2L^2}\sqrt{2g}\cdot T_F=\sqrt{z_F-z_c}-\sqrt{z_0-z_c}$$

$$\sqrt{z_F-z_c}=\sqrt{z_0-z_c}-\frac{\mu\cdot a}{2L^2}\sqrt{2g}\;T_F$$

$$\boxed{z_F}=z_c+\left(\sqrt{z_0-z_c}-\frac{\mu\cdot a}{2L^2}\sqrt{2g}\;T_F\right)^2$$

$$\boxed{z_F} = z_c + \left( \sqrt{z_0 - z_c} - \frac{\mu \cdot a}{2L^2} \sqrt{2g}\; T_F \right)^2$$

$A$ = Area del serbatoio = $L^2$

$a$ = Area della luce = $\dfrac{\pi d^2}{4}$

$T_F\,(s) = T_F\,(h) \cdot 3600$

$K$ = costante di integrazione = $\dfrac{\mu \cdot a \sqrt{2g}}{L^2}$

$z_F$ = quota dello specchio liquido al tempo $t_F$

$Q_0$ = portata effluente all'istante iniziale =

$= \mu \cdot a \cdot \sqrt{2g\,(z_0 - z_c)}$

$Q_F$ = portata effluente al tempo $T_F$ =

$= \mu \cdot a \cdot \sqrt{2g\,(z_F - z_c)}$

# IDRODINAMICA A: ES. 2A: LUCE CIRCOLARE IN SERBATOIO IN PRESSIONE

## DATI

$z_i$

$z_c$

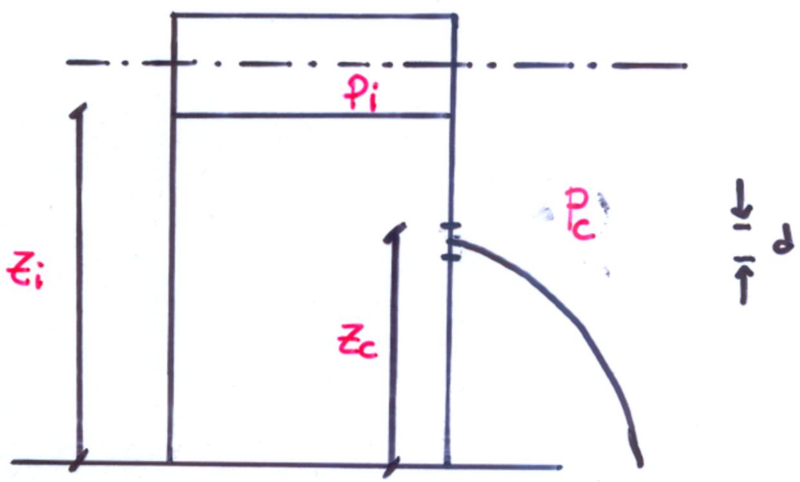
$d$

$\mu$

$p_i$

$p_c$

$\gamma$




## SOLUZIONE

$H_i$ = carico totale = $z_i + \frac{p_i}{\gamma} \cdot 1000 + \frac{V_i^2}{2g}$ $(V_i^2 = 0)$

$h_c$ = quota piezometrica nel punto C = $z_c + \frac{p_c}{\gamma} \cdot 1000$

$a$ = area della luce = $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$

$Q$ = portata effluente dalla luce = $\mu \cdot a \sqrt{2g\,(H_i - h_c)}$

Scriviamo il Teorema di Bernoulli :

$$H_i = H_c = h_c + \frac{V_c^2}{2g} = h_c + \frac{Q^2}{2g\ a^2 \cdot \underbrace{c_c^2 \cdot c_v^2}_{\mu^2}}$$

$$Q^2 = 2g \cdot a^2 \cdot \mu^2 \left(H_i - h_c\right)$$

$$Q = \mu\, a \sqrt{2g\left(H_i - h_c\right)}$$

# IDRODINAMICA A : ES. 3A : LUCE ANNEGATA

## DATI

$z_{i1}$

$z_{i2}$

$z_A$

$z_B$

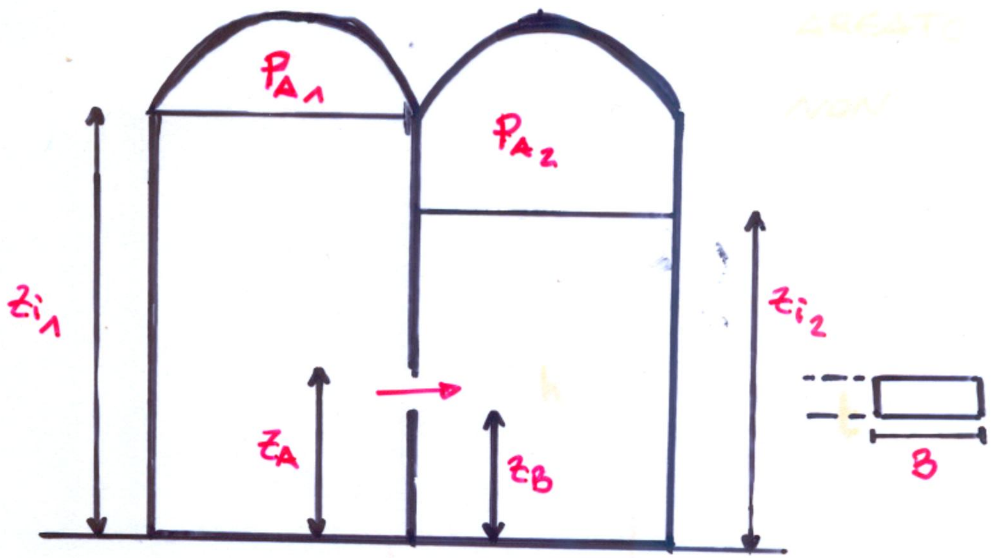
$B$

$M$

$p_{A1}$

$p_{A2}$

$\gamma$




## SOLUZIONE

$\Delta_{1-2}$ = differenza di quota piezometrica tra gli specchi liquidi dei serbatoi =

$$= h_1 - h_2 = \left(z_{i1} + \frac{p_{A1}}{\gamma} \cdot 1000\right) - \left(z_{i2} + \frac{p_{A2}}{\gamma} \cdot 1000\right)$$

$a$ = area della luce = $B\,(z_A - z_B)$

Applichiamo il th. di BERNULLI : $H_{i1} = H_{i2}$

$$\rightarrow \quad Q = \mu \cdot a \sqrt{2g\,\underbrace{(h_1 - h_2)}_{\Delta_{1-2}}}$$

Q fluisce dal serbatoio 1 al 2 perche' $h_1 > h_2$

# ESERCIZIO 4A : STRAMAZZO BAZIN

## DATI

b

t

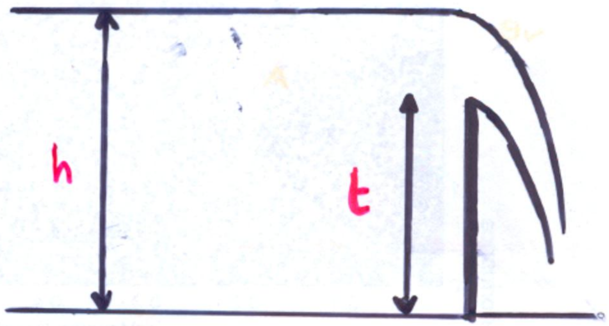
h

$p_0$

$\gamma$

CASO (a) = STRAMAZZO AREATO

CASO (b) = STRAMAZZO NON AREATO




## SOLUZIONE

$\Delta h$ = Carico sullo stramazzo = $= h - t$

$\mu$ = coeff. efflusso calcolato con formule di Rehbock $= 0.4013 + 0.0555 \dfrac{\Delta h}{t}$

$Q_A$ = portata stramazzante nel caso A $= \mu \cdot b \sqrt{2g} \left(\Delta h + 0.00125\right)^{3/2}$

$Q_B$ = portata stramazzante caso B $= \mu\, b \sqrt{2g}\, \Delta h^{3/2} \left(1 - \dfrac{p_0/\gamma}{\Delta h}\right)^{1/2}$

$\Delta Q$ = aumento percentuale di portata $= \dfrac{Q_b - Q_a}{Q_a} \cdot 100$

$U$ = velocità media nel canale nel CASO A $= \dfrac{Q_A}{b \cdot h}$

$h_c$ = altezza cinetica della corrente CASO A $= \dfrac{U^2}{2g}$

$H$ = carico totale CASO A $= h + h_c$

# IDRODINAMICA A : ES. 5A : VENTURIMETRO

## DATI

D

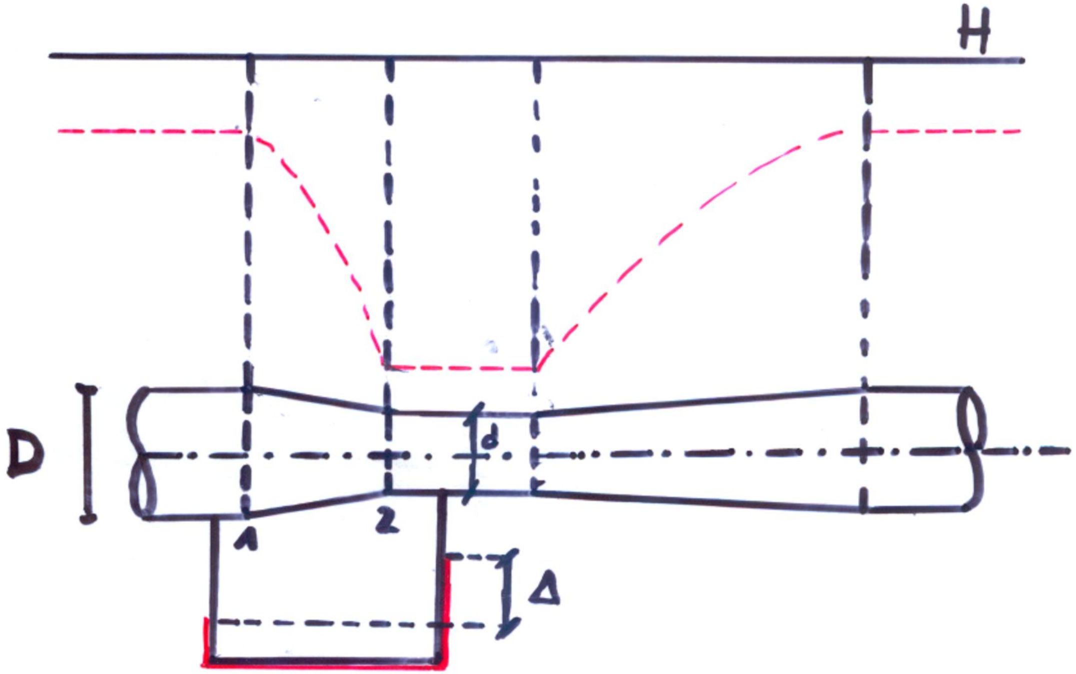
d

Δ

γ

$\gamma_m$

$C_v$




## SOLUZIONE

Applichiamo il teorema di Bernulli :

$$H_1 = H_2$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}$$

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = \delta = \text{differenza tra le quote piezometriche}$$

$$\delta = \Delta \, \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \longrightarrow \text{da manometro differenziale}$$

$$\delta = \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = \frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g}$$

$$\Delta \, \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{A^2}\right) \longrightarrow Q = \frac{\mu \cdot A \cdot a}{\sqrt{A^2 - a^2}} \sqrt{2g \, \Delta \, \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}}$$

$A$ = area sezione del condotto $= \pi \frac{D^2}{4}$

$a$ = area della sezione ristretta $= \pi \frac{d^2}{4}$

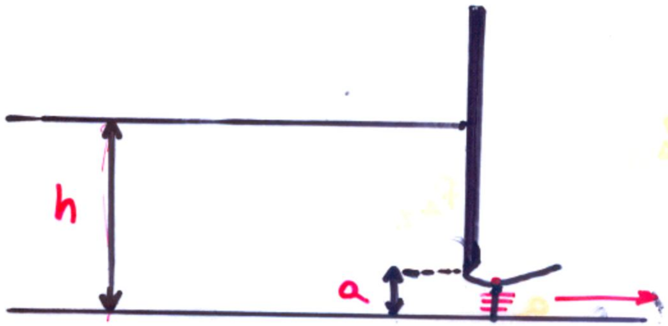
$U$ = velocità media della corrente in condotta $= \frac{Q}{A}$

$h_c$ = altezza cinetica della corrente $= \frac{U^2}{2g}$

# IDRODINAMICA A : ES. 6A : PARATOIA PIANA

## DATI

b
a
h
$C_v$
$C_c$




## SOLUZIONE

$\mu$ = coeff. efflusso = $C_c \cdot C_v$

$$Q = \mu \cdot A \sqrt{2g\,(h - C_c \cdot a)} = \mu \cdot a \cdot b \sqrt{2g\,(h - C_c \cdot a)}$$

$U$ = velocità media della corrente nel canale = $\dfrac{Q}{b \cdot h}$

$h_c$ = altezza cinetica della corrente nel canale = $\dfrac{U^2}{2g}$

$H$ = carico totale della corrente nel canale = $h + h_c$

$U_c$ = velocità media della corrente nella sezione contratta $= \dfrac{Q}{A_c} = \dfrac{Q}{C_c \cdot a \cdot b}$

$H_c$ = carico totale della corrente nella sezione contratta $= \underbrace{a \cdot C_c}_{z + \frac{p}{\gamma}} + \dfrac{U_c^2}{2g}$

$\Delta H$ = perdita di carico della corrente $= H - H_c$

# IDRODINAMICA : ES. 7A : LUCE TRA DUE SERBATOI

CALCOLARE LA PORTATA EFFLUENTE TRA I DUE SERBATOI

## CASO 1: LUCE ANNEGATA

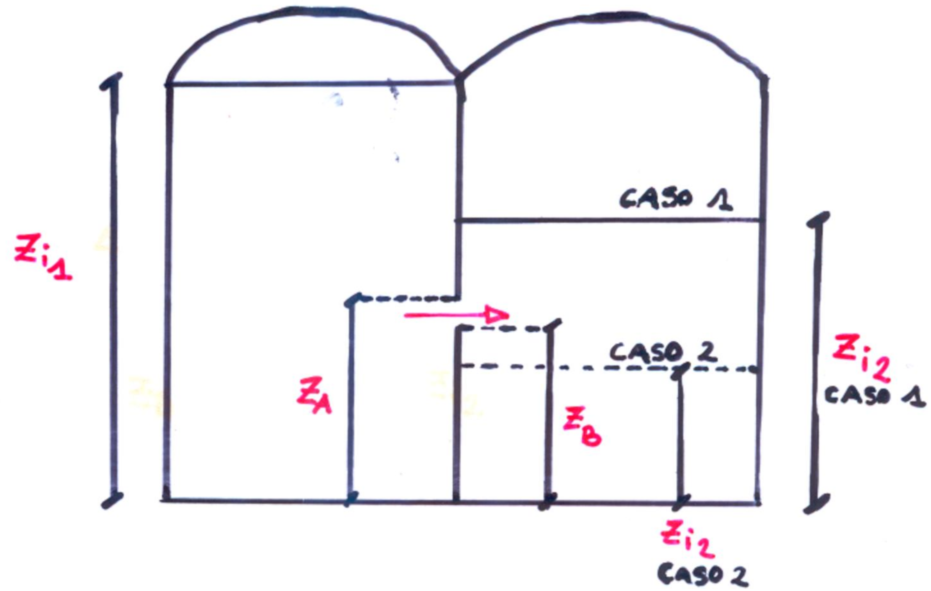
$z_{i_1} > z_{i_2} > z_A$

$z_b$

$b$

$\mu$

$\gamma$




SOLUZIONE

$$\Delta_{1,2} = z_{i_1} - z_{i_2}$$

$$a = (z_A - z_B)\, b$$

$$Q = \mu\, a \sqrt{2g\, \Delta_{1,2}}$$

## CASO 2: LUCE A BATTENTE IN PARETE VERTICALE

$z_{i_1} > z_A$ e $z_{i_2} < z_B$

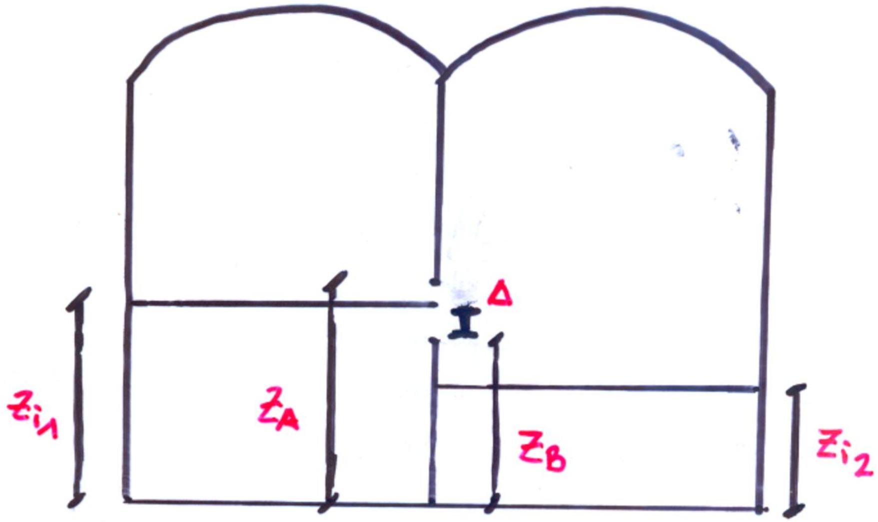
$h_1$ : distanza del pelo libero del serbatoio 1 dal lato superiore della luce $= z_{i_1} - z_A$

$h_2$ = distanza del pelo libero del serbatoio 1 dal lato inferiore della luce $= z_{i_1} - z_B$

$$Q = \mu\, b\, \sqrt{2g}\, \left(h_2^{3/2} - h_1^{3/2}\right)$$

# CASO 3: LUCE A STRAMAZZO

$z_{i_1} < z_A$ $\qquad$ $z_{i_1} > z_B$ $\qquad$ $z_{i_2} < z_B$




$\Delta$ = distanza tra il pelo libero del serbatoio 1 e la quota del lato inferiore della luce $= z_{i_1} - z_B$

$$Q = \mu \, b \sqrt{2g} \, \Delta^{3/2}$$

IDRODINAMICA A : ES. 8A : DIAFRAMMA

DATI

$D$

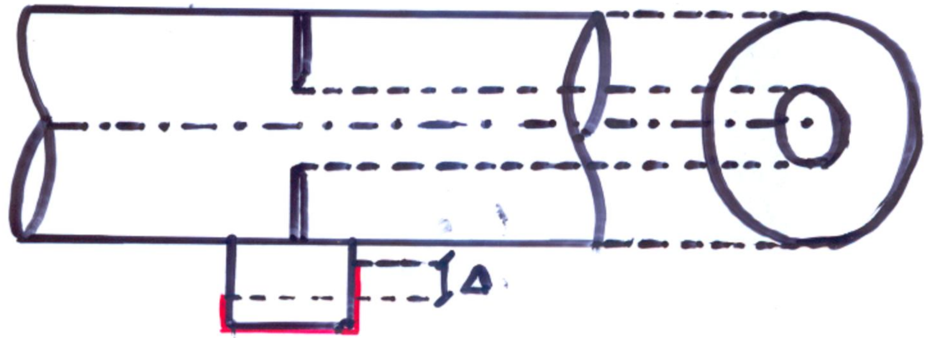
$d$

$\mu$

$\Delta$

$\gamma$

$\gamma_m$




SOLUZIONE

Applicando il teorema di Bernoulli tra la sezione di monte del diaframma e la sezione contratta posta a valle si ottiene:

$$Q = \mu \cdot a \sqrt{2g\Delta \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}}$$

$a = \pi \dfrac{d^2}{4}$ = area sezione ristretta

$A = \pi \dfrac{D^2}{4}$ = area sezione condotto

$U = \dfrac{Q}{A}$ = velocità media della corrente

$h_c$ = altezza cinetica della corrente = $\dfrac{U^2}{2g}$