

IDROSTATICA_B

Esercitazioni del corso di Fondamenti di idraulica

Dott.Ing. Gabriella Petaccia

petaccia@unipv.it



Università degli Studi di Pavia

Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale

Idrostatica B – es1- spinta su una paratoia

Dati:

$$B = 5.0 \text{ m}$$

$$h = 7.20 \text{ m}$$

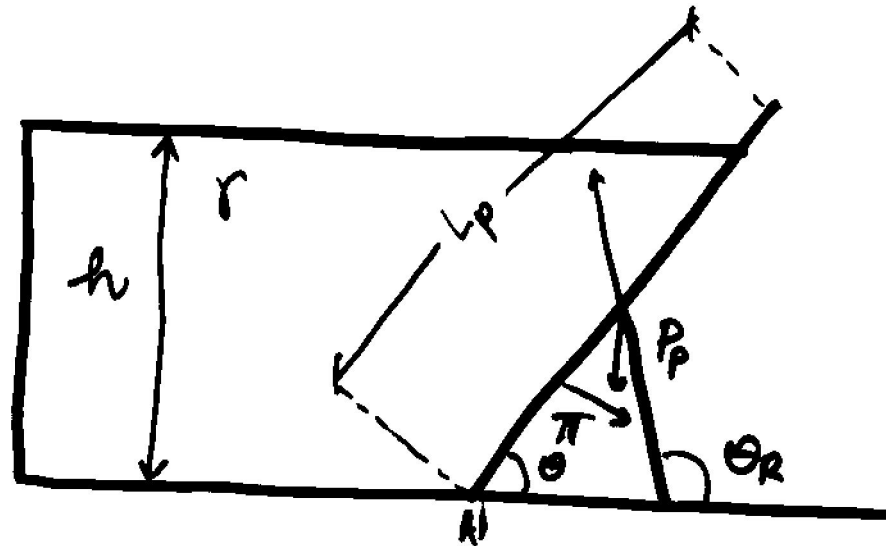
$$\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$$

$$\theta = 1 \text{ rad}$$

$$\theta_R = 1.79 \text{ rad}$$

$$L_p = 9.76 \text{ m}$$

$$P_p = 1827.16 \text{ kN}$$



SOLUZIONE

L'AFFONDAMENTO del BARICENTRO della superficie bagnata della paratoia: $h_p = \frac{h}{2} = 3.60 \text{ m}$

Idrostatica B – es1- spinta su una paratoia

$$A_p = B \cdot \frac{h}{\sin \theta} = 42.78 \text{ m}^2 \quad \text{Area bagnata paratoia}$$

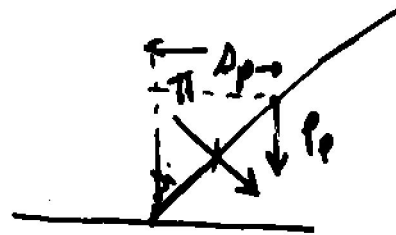
$$\pi = \frac{\gamma \cdot h_p \cdot A_p}{1000} = 1510.28 \text{ KN} \quad \text{Spinta idrostatica sulla paratoia}$$

le braccio della spinta idrostatica sulla paratoia rispetto al piede A

$$\Delta_i = \frac{1}{3} \frac{h}{\sin \theta}$$

le Momento di π

$$M_i = \pi \cdot \Delta_i = 4307.55 \text{ KN} \cdot \text{m}$$



le braccio del peso P_p rispetto al piede della paratoia A

$$\Delta_p = \frac{L_p}{2} \cdot \cos \theta$$

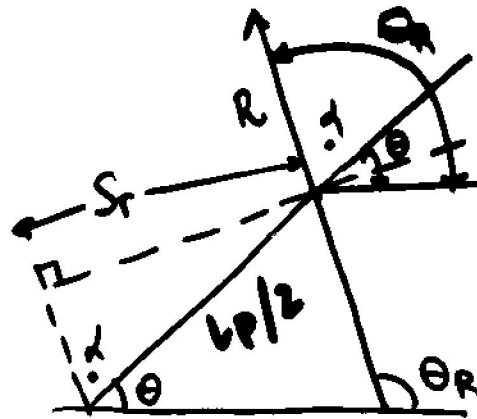
le Momento della Forza Peso $M_p = P_p \cdot \Delta_p = 4810.14 \text{ KN} \cdot \text{m}$

Idrostatica B – es1- spinta su una paratoia

EQUILIBRIO DEI MOMENTI RISPETTO AL PIEDE DELLA
PARATOIA \Rightarrow MOMENTO DELLA REAZIONE DEL PUNTO

$$M_R = M_p + M_i = 9117.68 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

le braccio della reazione del puntone



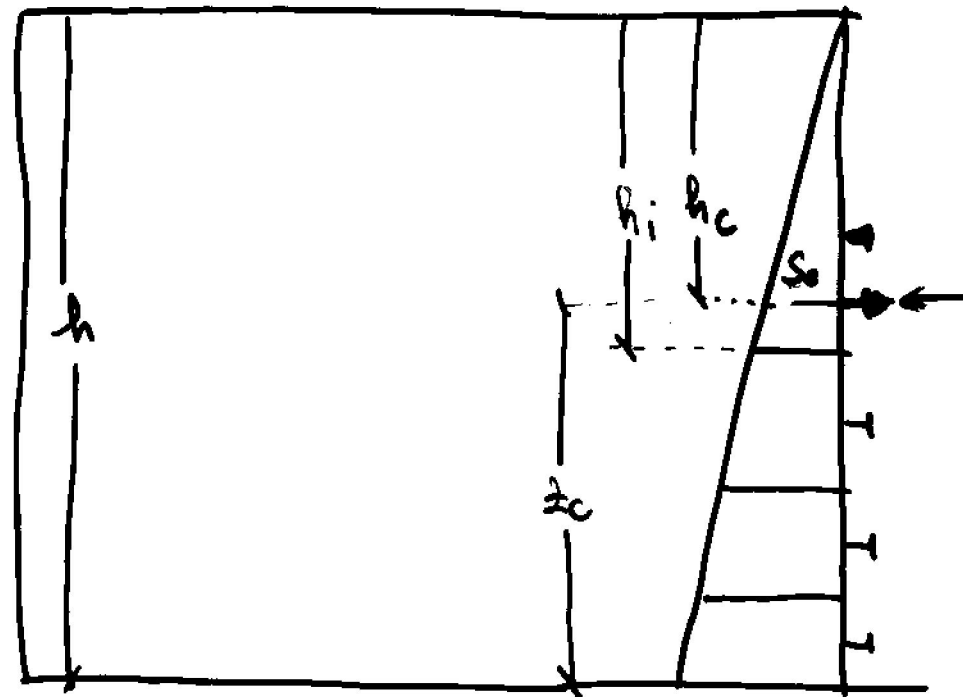
$$\alpha = \theta_R - \theta$$

$$S_r = \frac{L_p}{2} \cdot \sin(\theta_R - \theta) =$$
$$= 3.45 \text{ m}$$

la reazione del puntone $R = \frac{M_p}{S_r} = 2646.40 \text{ kN}$

Idrostatica B – es2- dimensionamento di una paratoia

$$\begin{aligned} B &= 9 \text{ m} \\ h &= 12 \text{ m} \\ \gamma &= 9806 \text{ N/m}^3 \\ N &= 4 \end{aligned}$$



SVOLGIMENTO

La spinta idrostatica sulla paratoia

$$S_{tot} = \gamma \cdot \frac{h}{2} \cdot B \cdot w \cdot \frac{1}{1000} = 6354.29 \text{ kN}$$

Idrostatica B – es2- dimensionamento di una paratoia

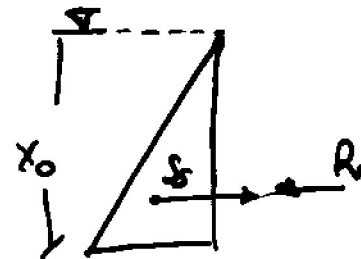
In ogni singolo settore agira' una spinta

$$S_s = \frac{S_{tot}}{N} = \frac{S_{tot}}{4} = 1588.57 \text{ kN}$$

Consideriamo il 1° settore

$$S_s = \gamma \cdot \frac{x_0}{2} \cdot x_0 \cdot B$$

$$\Rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{2S_s}{\gamma B}} = 6 \text{ m}$$



affondamento sotto il p.l. del
limite inferiore del settore
(h_i)

L'affondamento sotto il p.l. della spinta idrostatica
relative al settore

$$h_c = \frac{2}{3} h_i = 4 \text{ m}$$

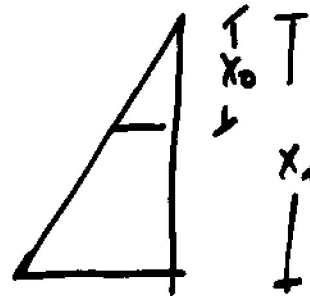
Idrostatica B – es2- dimensionamento di una paratoia

$$z_c = h - h_c = 8 \text{ m}$$

Settore 2

$$S_2 = \gamma \frac{x_1}{2} \cdot x_1 B - \gamma \frac{x_0}{2} x_0 B =$$

$$= \gamma \frac{x_1^2}{2} B - \gamma \frac{x_0^2}{2} B$$



$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{2S_2}{\gamma B} + x_0^2} = 8.69 \text{ m} = h_{i2}$$

Affondamento sotto il p.l. del limite inferiore del settore 2

La posizione del centro di spinta

$$h_{c2} = \frac{2}{3} \frac{x_1^3 - x_0^3}{x_1^2 - x_0^2} = 7.316 \text{ m}$$

La quota di posizionamento della 2° trave di rinforzo

$$z_{c2} = h - h_{c2} = 4.69 \text{ m}$$

Idrostatica B – es2- dimensionamento di una paratoia

Settore 3

$$x_2 = \sqrt{\frac{2 S_3}{\gamma B} + x_1^2} = 10.39 \text{ m} = h_{i3}$$

La posizione del centro di spinta

$$h_{c3} = \frac{2}{3} \frac{x_2^3 - x_1^3}{x_2^2 - x_1^2} = 9.47 \text{ m}$$

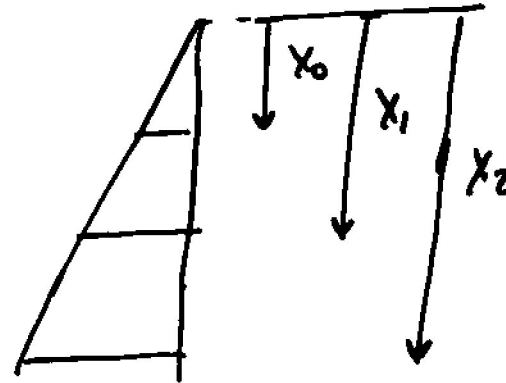
$$z_{c3} = h - h_{c3} = 2.53 \text{ m}$$

Settore 4 Analogamente

$$h_{i4} = \sqrt{\frac{2 S_4}{\gamma B} + x_2^2} = 12 \text{ m} = x_3$$

$$h_{c4} = \frac{2}{3} \frac{x_3^3 - x_2^3}{x_3^2 - x_2^2} = 11.22 \text{ m}$$

$$z_{c4} = h - h_{c4} = 0.78 \text{ m}$$



Idrostatica B – es3- spinta su una superficie piana

DATI

$$B = 7 \text{ m}$$

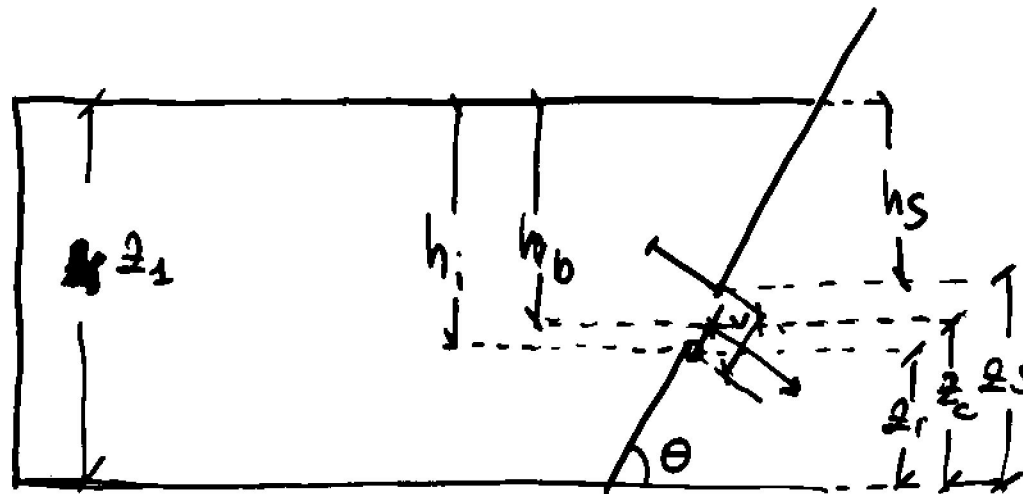
$$z_s = 4 \text{ m}$$

$$z_i = 3 \text{ m}$$

$$\theta = 1 \text{ rad}$$

$$h = 8 \text{ m} = z_i$$

$$\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$$



SOLUZIONE

$$L = \text{lunghezza della luce} = \frac{(z_s - z_i)}{\sin \theta} = 1.19 \text{ m}$$

$$A = \text{Area della luce} = B \cdot L = 8.32 \text{ m}^2$$

$$z_c = \text{Quota del baricentro della luce} = z_i + \frac{(z_s - z_i)}{2} = 3.50 \text{ m}$$

$$h_b = \text{Affondamento del baricentro della luce sotto il p.c.i}$$

$$= z_s - z_c = 4.50 \text{ m}$$

Idrostatica B – es3- spinta su una superficie piana

$$h_s = \text{affondamento del lato superiore della luce} = z_f - z_s = 4.0 \text{ m}$$

$$h_i = \text{affondamento del lato inferiore della luce} = z_f - z_i = 5.0 \text{ m}$$

$$\text{Spinta idrostatica sulla paratoia} = F_{\text{tot}} = \frac{\gamma \cdot h_p \cdot A}{1000} = 367.08 \text{ kN}$$

$$h_c = \text{affondamento del centro di spinta} = \frac{2}{3} \frac{h_s^3 - h_i^3}{h_s^2 - h_i^2} = 4.52 \text{ m}$$

$$b_s = \text{braccio della spinta idrostatica rispetto alla cerniera} = \frac{h_i - h_c}{\sin \theta} = 0.57 \text{ m}$$

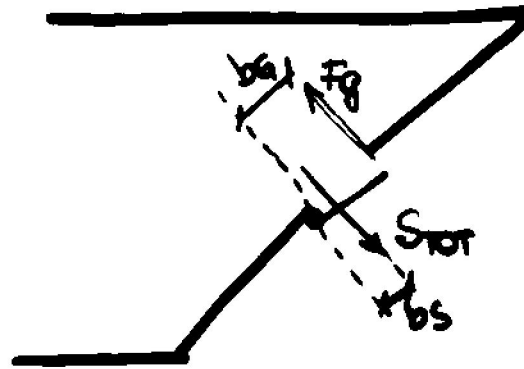
$$b_g = \text{braccio della reazione del giuncio rispetto alla cerniera} = L = 1.19 \text{ m}$$

Idrostatica B – es3- spinta su una superficie piana

$$\pi \cdot b_s - F_g \cdot b_g = 0$$

$$F_g = \pi \frac{b_s}{b_g} = 176.74 \text{ kN}$$

diretta in verso
opposto rispetto a S_{tot}



Idrostatica B – es4- spinta su piastra circolare

DATI

$$D = 8 \text{ m}$$

$$h_v = 10.0 \text{ m}$$

$$d_L = 1 \text{ m}$$

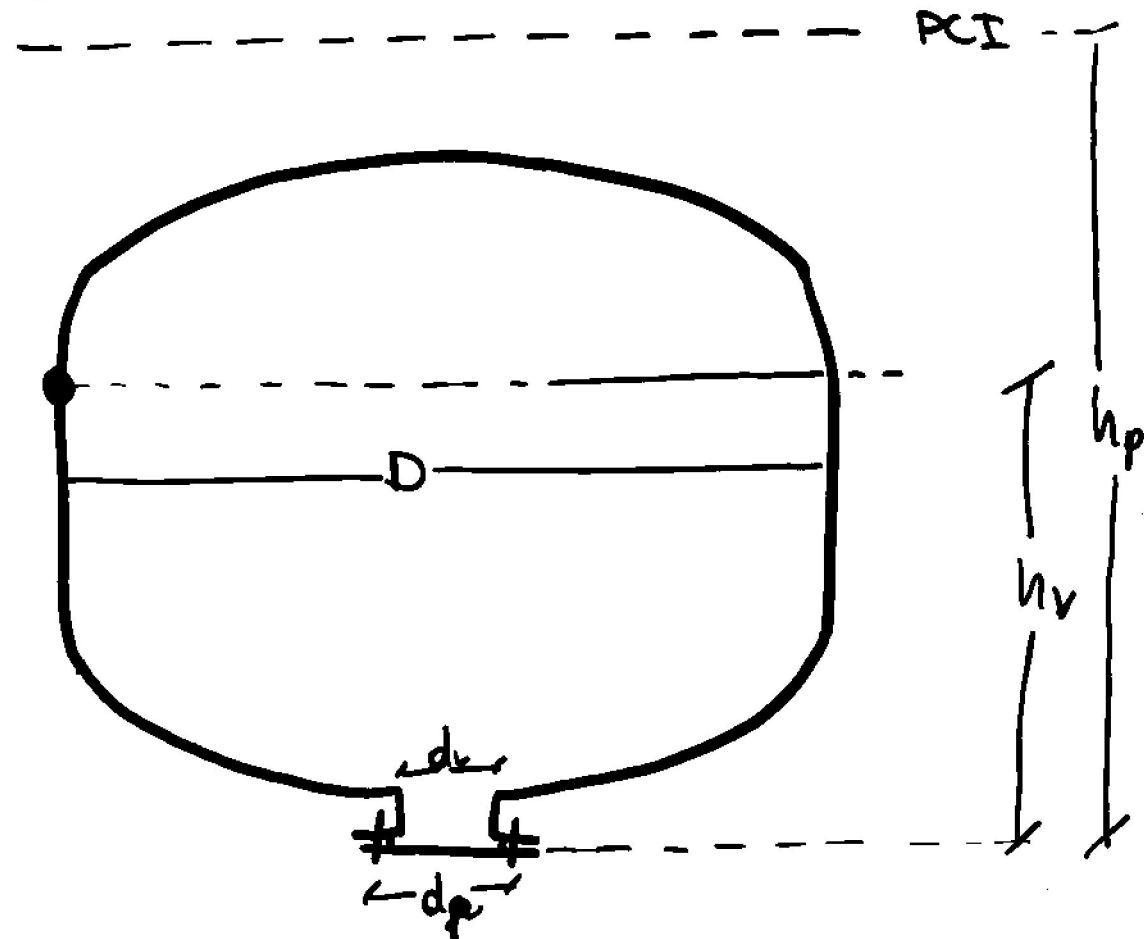
$$d_p = 1.80 \text{ m}$$

$$d_a = 1.20 \text{ m}$$

$$N = 15$$

$$T_1 = 50 \text{ kN}$$

$$\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$$



Idrostatica B – es4- spinta su piastra circolare

SOLUZIONE

le tiro ammissibile complessivo $T = N \cdot T_1 = 750 \text{ kN}$

Area bagnata della piastra $A = \frac{\pi d_p^2}{4} = 1.13 \text{ m}^2$

Affondamento della piastra

sotto il p.c.i = h_p

$$T = \Pi = \gamma \cdot A \cdot h_p \Rightarrow h_p = \frac{T \cdot 1000}{\gamma A} = 67.63 \text{ m}$$

La pressione d'apertura della valvola

$$P_v = \frac{\gamma (h_p - h_v)}{1000} = 565.09 \text{ kN}$$

Idrostatica B – es5- regolazione valvola clapet

DATI

$$d = 1 \text{ m}$$

$$d_p = 1.30 \text{ m}$$

$$\theta = 0.52$$

$$x_p = 1.50 \text{ m}$$

$$z_p = 5.04 \text{ m}$$

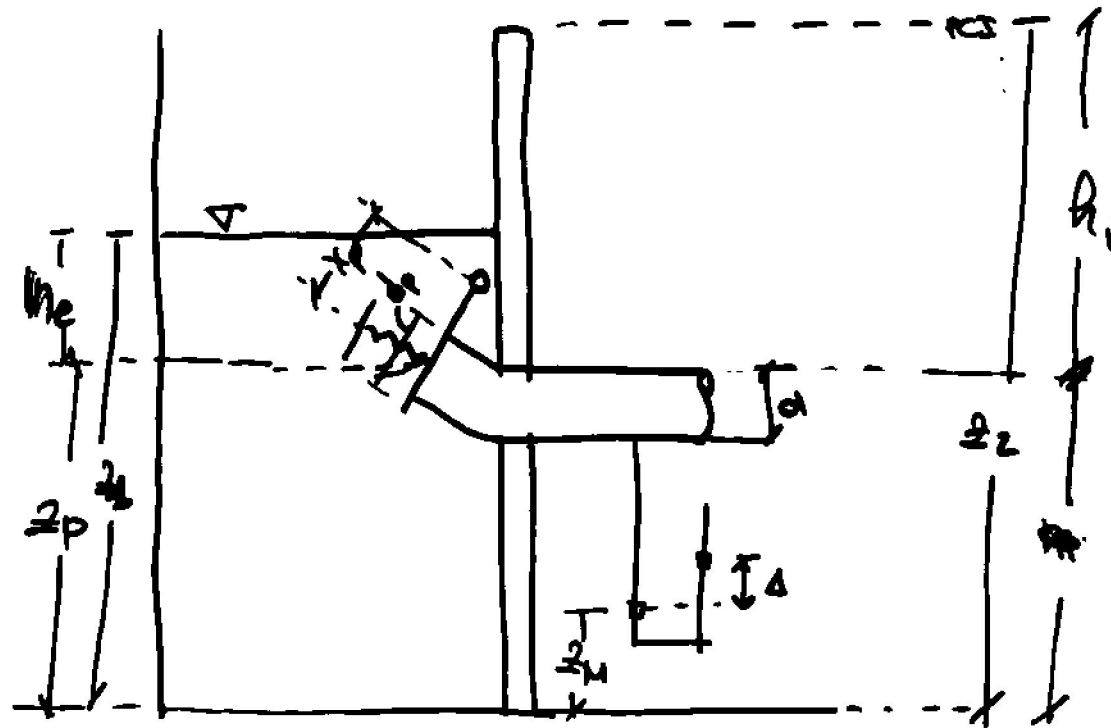
$$z_2 = 7.0 \text{ m}$$

$$z_M = 1.50 \text{ m}$$

$$\Delta = 0.70 \text{ m}$$

$$\gamma_M = 133382 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma = 9806 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$



SOLUZIONE

$$A_e = \text{Area esterna del piatto del clapet} = \frac{\pi d_p^2}{4} = 1.33 \text{ m}^2$$

$$A_i = \text{Area interna del piatto del clapet} = \frac{\pi d^2}{4} = 0.79 \text{ m}^2$$

Idrostatica B – es5- regolazione valvola clapet

$$h_e = \text{affondamento del centro del piatto sotto il p.c.i} = z_1 - z_p = 1.96 \text{ m}$$

$$z_2 = \text{quota del p.c.i del liquido nel condotto} = z_M + \Delta \cdot \frac{\gamma_M}{\gamma} = 11.02 \text{ m}$$

$$h_i = \text{affondamento del centro del piatto sotto il p.c.i del condotto} = z_2 - z_p = 3.98 \text{ m}$$

$$S_e = \text{Spinta esterna sul piatto del CLAPET} = \frac{\gamma \cdot A_e \cdot h_e}{1000} = 25.67 \text{ kN}$$

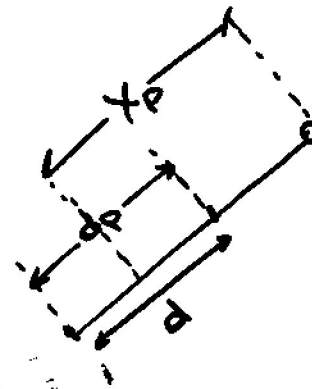
$$S_i = \text{Spinta interna sul piatto del clapet} = \frac{\gamma \cdot A_i \cdot h_i}{1000} = 46.06 \text{ kN}$$

Idrostatica B – es5- regolazione valvola clapet

POSIZIONE DEI CENTRI DI SPINTA INTERNO ED ESTERNO

x_e = distanza dal centro della spinta esterna dal perno

$$x_p + \frac{(d/2)^2}{4 h_e} \cdot \cos \theta = 1.55 \text{ m}$$



x_i = distanza del centro della spinta interna dal perno = $x_p + \frac{(d/2)^2}{4 h_i} \cdot \cos \theta = 1.51 \text{ m}$

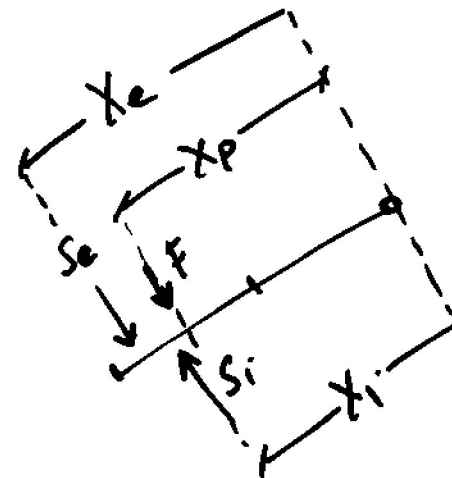
Idrostatica B – es5- regolazione valvola clapet

Dall'equilibrio dei momenti rispetto al perno

$$S_e \cdot X_e - S_i \cdot X_i + F \cdot X_p = 0$$

$$F = - \frac{S_e \cdot X_e + S_i \cdot X_i}{X_p} = 20.07 \text{ kN}$$

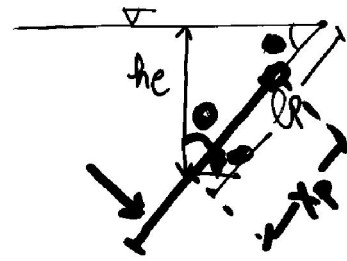
forza da
applicare
alla molla



N.B.

$$X_c = X_a \cdot \frac{R^2}{4k_p}$$

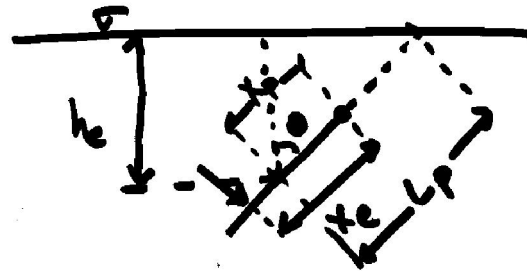
Idrostatica B – es6- regolazione valvola clapet



$$X_c = X_G + \frac{R^2}{4 l_p}$$

$$X_c = X_G + \frac{(d_p/2)^2}{4 l_p}$$

$$\frac{h_e}{\cos \theta} = l_p$$



$$X_e = X_p + \frac{R^2}{4} = X_p + \frac{(d_p/2)^2}{4 h_e} \cdot \cos \theta$$

Idrostatica B – es6- spinta sulla porta vinciana

DATI

B

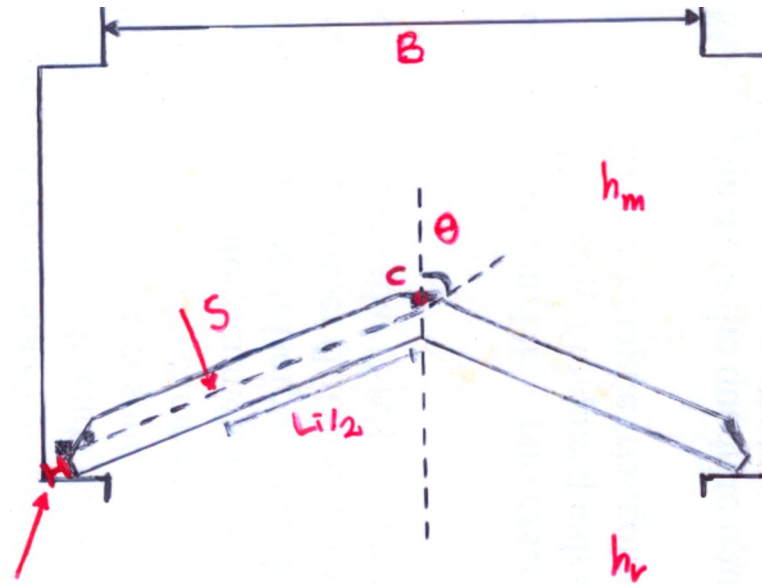
h_v

h_m

θ

γ

L_i } misurati
 θ_i } automaticamente



SOLUZIONE

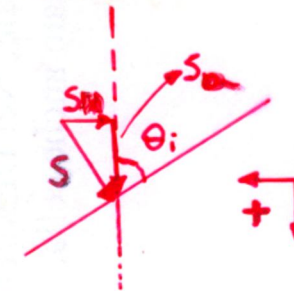
$$S_v = \text{spinta idrostatica di VALLE} = \gamma \cdot L_i \cdot h_v \cdot \frac{h_v}{2} \cdot \frac{1}{1000} \quad (\text{KN})$$

$$S_m = \text{spinta idrostatica di MONTE} = \gamma \cdot L_i \cdot h_m \cdot \frac{h_m}{2} \cdot \frac{1}{1000} \quad (\text{KN})$$

$$S = \text{spinta idrostatica COMPLESSIVA} = S_m - S_v$$

$$S_a = \text{componente parallela all'asse della cassa} = S \cdot \sin(\theta_i)$$

$$S_n = \text{componente perpendicolare all'asse della cassa} = S \cdot \cos(\theta_i)$$



Idrostatica B – es6- spinta sulla porta vinciana

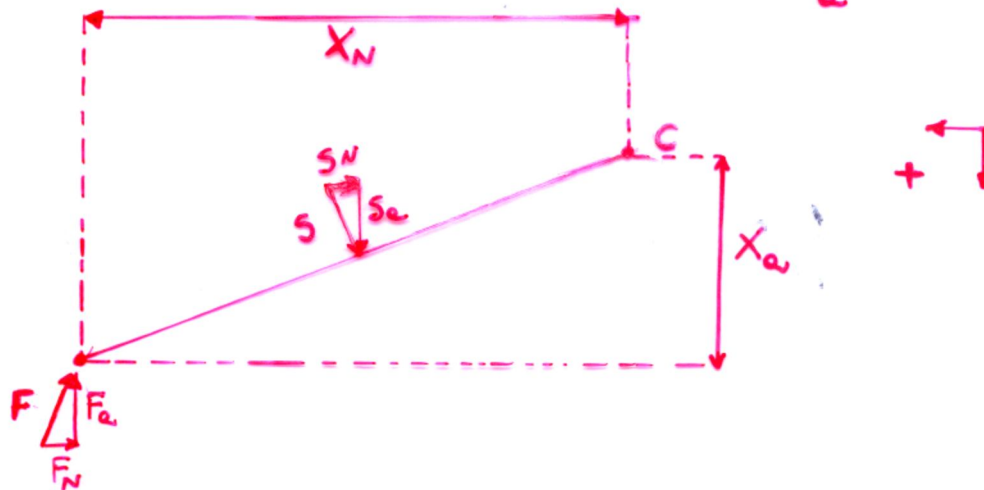
$M =$ momento di S rispetto alla cerniera della chiave dell'arco
(punto C) = $S \cdot \frac{L_i}{2}$

$X_N =$ distanza (normale all'asse) della trave
raggiunte dalla chiave dell'arco

$X_a =$ distanza (parallela all'asse) della trave
raggiunte dalla chiave dell'arco

misurati
automaticamente

$M_a =$ momento delle reazioni di imposta parallele all'asse
rispetto alla chiave dell'arco = $\underbrace{-S_a}_{F_a} \cdot X_N$



Idrostatica B – es6- spinta sulla porta vinciana

Dall'equilibrio dei momenti rispetto a C:

$$M + M_a = M_n = F_N \cdot x_a$$

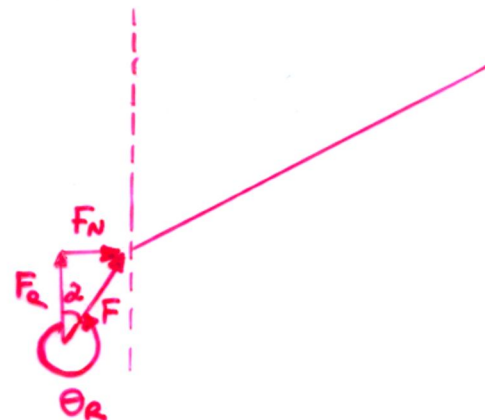
$$\rightarrow F_N = \text{componente della reazione di imposta normale all'asse} = \frac{M + M_a}{x_a}$$

$$F = \text{reazione di imposta} = \sqrt{F_a^2 + F_N^2} = \sqrt{(-S_a)^2 + F_N^2}$$

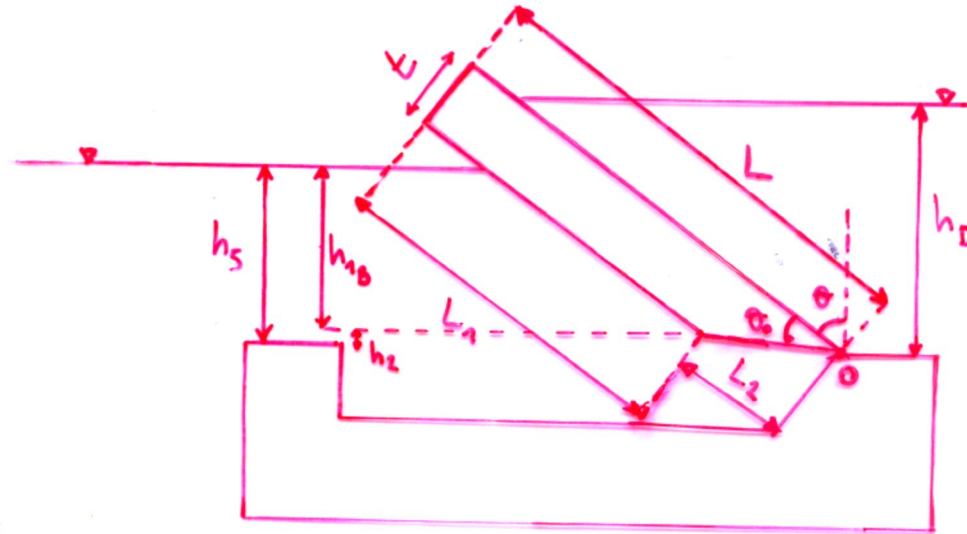
θ_R = angolo del vettore reazione di imposta rispetto all'asse della coscia:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{F_N}{F_a} \right) = \arctan \left(\frac{F_N}{-S_a} \right)$$

$$\theta_R = 2\pi - \alpha$$



Idrostatica B – es7- MOSE



DATI: γ h_s h_d L t $R_2 = \frac{L_2}{L}$ L_2 L_1 n d_2 P

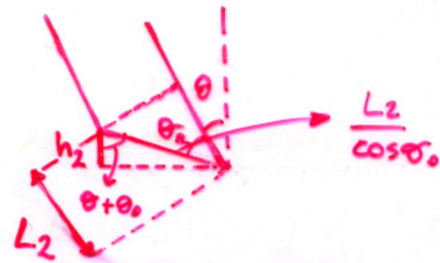
SOLUZIONE

Diamo un valore di tentativo all'inclinazione dell'asse
della ventola in posizione di equilibrio $\rightarrow \Theta$ di primo
tentativo

$$L_d = \text{lunghezza bagnata lato mare} = \frac{h_0}{\cos \theta}$$

$$\theta_0 = \text{angolo di apertura del triangolo inferiore} = \arctan \left(\frac{L_1}{L_2} \right)$$

$$h_2 = \text{altezza della parte inferiore lato capone} = \frac{L_2}{\cos \theta_0} \cos (\theta_0 + \theta)$$



$$h_{1B} = \text{altezza boquato della parte superiore} = h_5 - h_2$$

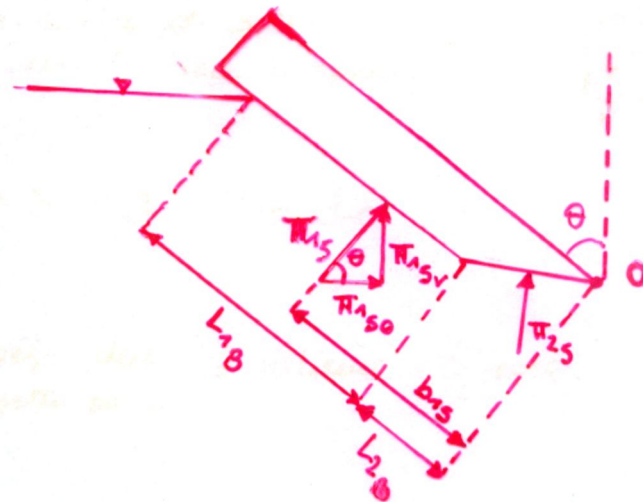
$$L_{1B} = \text{lunghezza boquato parte superiore} = \frac{h_{1B}}{\cos \theta}$$

$\pi_D =$ modulo della spinta idrostatica di DESTRA $= \gamma \cdot L_D \cdot \frac{h_D}{2}$

$\pi_{D_0} =$ componente ORIZZONTALE spinta di DESTRA $= -\pi_D \cdot \cos \theta$

$\pi_{D_V} =$ componente VERTICALE spinta di DESTRA $= -\pi_D \cdot \sin \theta$

$b_D =$ braccio spinta di destra $= \frac{L_D}{3}$
rispetto punto O



π_{1s} = modulo spinta idrostatica di SINISTRA 1 = $\gamma \cdot \frac{h_{1B}}{2} \cdot L_{1B}$

π_{1s0} = componente ORIZZONTALE di $\pi_{1s} = \pi_{1s} \cdot \cos \theta$

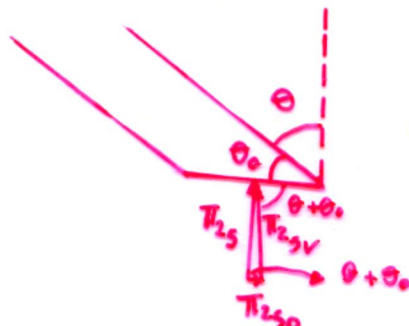
π_{1sv} = componente VERTICALE di $\pi_{1s} = \pi_{1s} \cdot \sin \theta$

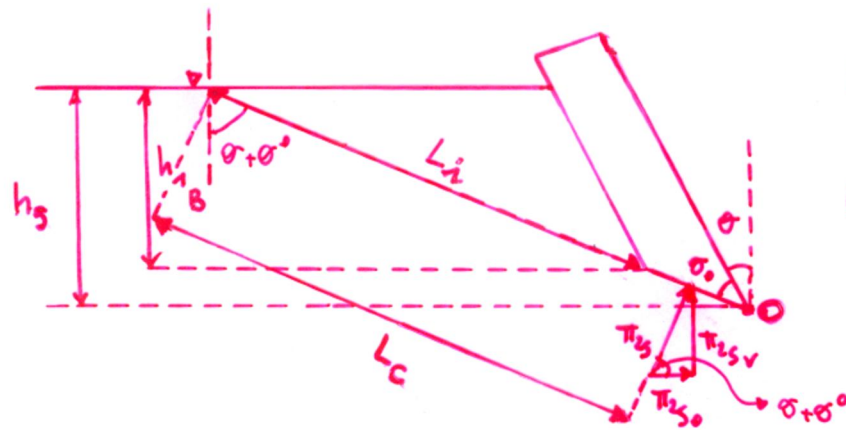
b_{1s} = braccio spinta SINISTRA 1 da O = $L_{20} + \frac{1}{3} L_{1B}$

π_{2s} = modulo della spinta idrostatica di SINISTRA 2 = $\gamma \cdot \frac{L_2}{\cos \theta_0} (h_{1B} + h_{2/2})$

π_{2s0} = componente ORIZZONTALE di $\pi_{2s} = \pi_{2s} \cdot \cos (\theta + \theta_0)$

π_{2sv} = componente VERTICALE di $\pi_{2s} = \pi_{2s} \cdot \sin (\theta + \theta_0)$





$$L_i = \frac{h_1}{\cos(\theta + \theta_0)}$$

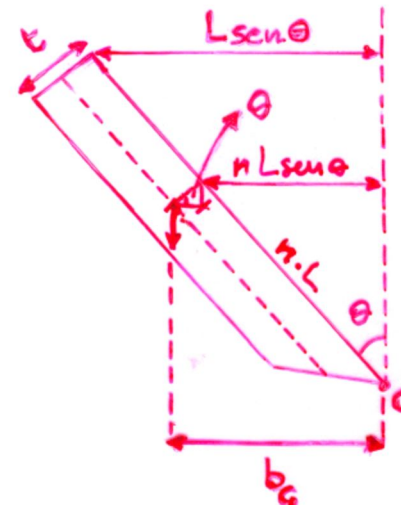
$$L_F = \frac{h_s}{\cos(\theta + \theta_0)}$$

$$L_c = \text{distanza del centro di spinta della faccia 2 con la linea di spinta} = \frac{2}{3} \frac{L_F^3 - L_i^3}{L_F^2 - L_i^2}$$

$$b_{2s} = \text{braccio della spinta 2 da } O = L_F - L_c$$

$$b_g = \text{braccio del peso della struttura rispetto ad } O = n \cdot L \sin \theta + \frac{t}{2} \cos \theta$$

$$G_z = \text{Peso della zavorra} = \gamma \cdot t \cdot dz = 1/m$$



$$b_2 = \text{braccio della zavorra} = \left(L_2 + \frac{d_2}{2}\right) \cdot \sin \theta + \frac{t}{2} \cos \theta$$

Equilibrio dei momenti in O :

$$\sum \vec{M} = 0$$

$$\pi_{1s} \cdot b_{1s} + \pi_{2s} \cdot b_{2s} - \pi_D \cdot b_d - G_2 d_2 - P \cdot \frac{d}{2} = 0$$

Impongo la RICERCA OBIETTIVO

$$\sum \vec{M} = 0 \quad \text{CAMBIANDO } \theta \rightarrow \text{ottengo } \theta \text{ di equilibrio}$$

$$F_0 = \text{azione ORIZZONTALE sul perno} = \pi_{D_0} + \pi_{S_1 0} + \pi_{S_2 0}$$

$$F_v = \text{azione VERTICALE sul perno} = \pi_{D_v} + \pi_{S_1 v} + \pi_{S_2 v} - G_2 - P$$

