IDRODINAMICA_B

Esercitazioni del corso di Fondamenti di idraulica

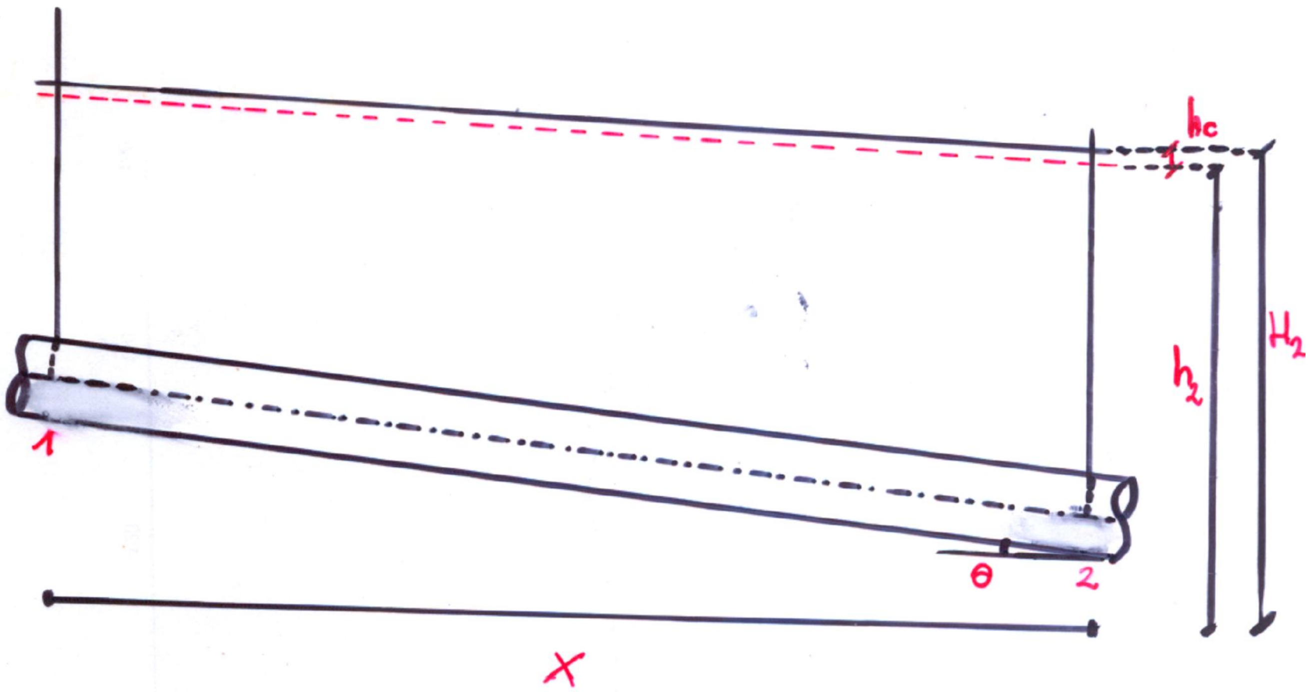
Dott.Ing. Gabriella Petaccia

petacciaa@unipv.it

Università degli Studi di Pavia

Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale

IDRODINAMICA B: ES. 1B : Moto Uniforme : regimi di correnti



DATI

D = diametro del condotto

h1 = quota del menisco nel piezometro 1

h_2 = quota del menisco nel piezometro 2

X = distanza fra le sezioni 1 e 2

θ = inclinazione della condotta

Q = portata nel condotto

ν = viscosità cinematica dell'acqua

SOLUZIONE

$L = \dfrac{X}{\cos\vartheta}$ = lunghezza della condotta tra le sezioni 1 e 2

A = Area della sezione = $\dfrac{\pi D^2}{4}$

U = Velocità media del condotto = $\dfrac{Q}{A}$

h_c = altezza cinetica = $\dfrac{U^2}{2g}$

H_1 = carico totale nella sezione 1 = $h_1 + h_c$

H_2 = carico totale nella sezione 2 = $h_2 + h_c$

→ Ammettiamo costante la perdita di carico unitaria

$J = \dfrac{H_1 - H_2}{L}$ = Cadente

f = n° indice di resistenza della formula di Darcy-Weisbach = $\dfrac{J \cdot 2g \cdot D}{U^2}$

Re = n° di Reynolds = $\dfrac{D \cdot U}{\nu}$

U^* = velocità di attrito $= \frac{1}{2}\sqrt{gDJ}$

A) Ipotesi di regime puramente turbolento

Assegnamo alla scabrezza significativa un valore di tentativo → $K_S = \dots$

f = n° indice di resistenza eq. Prandtl - von Karman $= \dfrac{1}{\left(2\log_{10}\left(\frac{D}{2K_S}\right)+1.74\right)^2}$

E = errore $= F_A - F$

→ Si esegue la ricerca obiettivo imponendo $E=0$ cambiando il valore di K_S.

Re^* = n° Reynolds di attrito $= \dfrac{K_S \cdot U^*}{\nu}$

L'ipotesi di regime puramente turbolento è verificata se e solo se $Re^* > 70$:

se(Re^*>70, "verificata", "non verificata")

1B/2

In questo caso $Re^* < 70$ quindi l'ipotesi di regime puramente turbolento <u>non</u> e' verificata.

B) Ipotesi di regime turbolento misto

K_s = valore di tentativo della scabrezza significativa

f = n° indice di resistenza eq. Churchill e Barr $= 0.25\left[-\log_{10}\left(\frac{1.65}{Re^{0.9}} + \frac{K_s}{3.71D}\right)\right]^{-2}$

e = errore = $f - f_B$

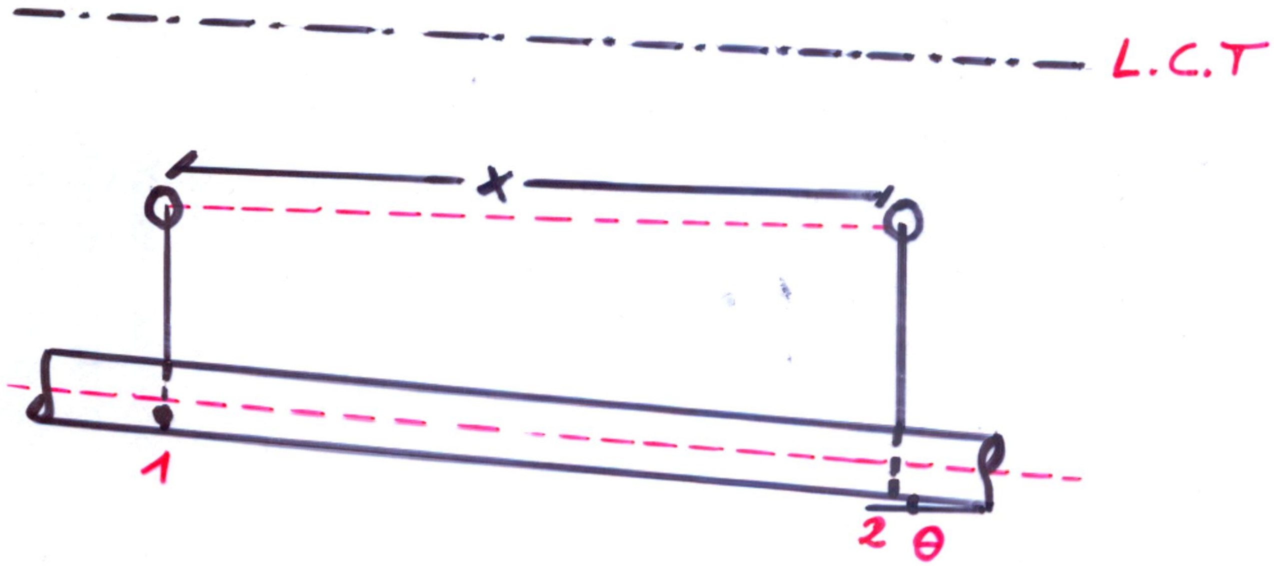
→ Ricerca obiettivo: si pone $e = 0$ cambiando K_s.

Re^* = n° Reynolds di attrito = $\frac{K_s \cdot u^*}{\nu}$

L'ipotesi di regime turbolento misto e' verificata se $5 < Re^* < 70$ → In questo caso e' verificata.

SE (E (5< Re*, Re*<70), "verificata", "non verificata")

ES. 2B : MOTO UNIFORME : Calcolo della Portata



DATI

La portata che scorre nel condotto e' INCOGNITA.
Nelle sezioni 1 e 2 la corrente e' gradualmente variata.

D	x	ν
p_1	θ	γ
p_2	K_s	

SOLUZIONE

L = Lunghezza della condotta tra sez. 1 e sez. 2 $= \dfrac{X}{\cos\theta}$

Ipotesi di perdite di carico unitarie costante:

$$J = \frac{\Delta H}{L} = \frac{H_1 - H_2}{L}$$

H_1 = carico TOT. sez. 1 $= h_1 + \dfrac{U_1^2}{2g}$

$$h_1 = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} \cdot 1000$$

$$H_2 = \text{carico TOT. sez. } 2 = h_2 + \frac{U_2^2}{2g}$$

$$h_2 = z_2 + \frac{P_2 \cdot 1000}{\gamma}$$

$$\rightarrow J = \frac{\left(z_1 + \frac{P_1 \cdot 1000}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{P_2 \cdot 1000}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}\right)}{L}$$

$z_1 = z_2 \rightarrow$ le quote dei centri dei due manometri metallici sono le stesse

$U_1 = U_2 \rightarrow$ il tubo e' prismatico quindi A = cost. inoltre Q = cost

$$\rightarrow J = \frac{(P_1 - P_2) \cdot 1000}{L \cdot \gamma}$$

$$A = \frac{D^2}{4} \pi$$

Ipotesi di moto laminare:

Q = portata con formula di POISEUILLE $= \dfrac{g \cdot \pi \cdot J}{8 \nu} r_0^4 =$

$= \dfrac{g\, \pi \cdot J}{8 \nu} \left(\dfrac{D}{2}\right)^4$

V = velocità media $= \dfrac{Q}{A}$

$Re = \dfrac{D \cdot V}{\nu}$ = n° di Reynolds

f = indice di resistenza $= \dfrac{64}{Re}$

Poiché $Re > 2100$ l'ipotesi di moto laminare **non** è verificata.

Ipotesi di moto turbolento in tubo liscio:

Assegnamo un valore di tentativo al n° indice di resistenza f^* → $0 < f^* < 1$

U = velocità media formula Darcy-Weisbach $= \sqrt{\dfrac{2g \cdot J \cdot D}{f}}$

$Q = U \cdot A$

$Re = \dfrac{D \cdot U}{\nu}$

f = indice resistenza formula di Prandtl $= \dfrac{1}{\left(2 \log_{10}\left(Re \cdot f^{*1/2}\right) - 0.8\right)^2}$

$e_\% = \dfrac{f - f^*}{f}$ → poniamo $e = 0$ cambiando f^* attraverso RICERCA OBIETTIVO

u^* = velocità di attrito $= \dfrac{1}{2}\sqrt{g D J}$

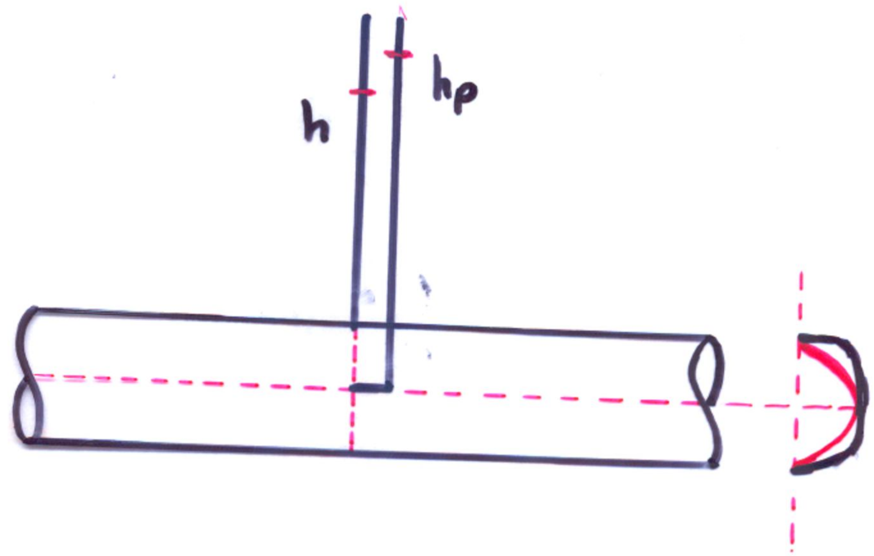
$Re^* =$ n° di Reynolds di attrito $= \dfrac{K_s \cdot u^*}{\nu}$

L'ipotesi di moto turbolento in tubo liscio e' verificata se $Re^* < 5$ $\rightarrow$ in questo caso e' verificata

e $Re > 2100$ $\nearrow$

ES. 3B : EFFETTO DELLA VISCOSITA'

DATI



D

h = quota menisco piezometro

h_p = quota menisco pitometro

K_S

ν_L

γ_L

ν_a

γ_a

→ Calcolare la portata che scorre nel condotto nei casi in cui scorre:

a) olio lubrificante

b) acqua

SOLUZIONE

A = Area sezione del condotto $= \pi \dfrac{D^2}{4}$

Dalla lettura del pitometro e del piezometro ricaviamo la velocità in mezzeria:

$$U_0 \rightarrow \quad (h_p - h) = \frac{U^2}{2g} \rightarrow U_0 = \sqrt{2g \cdot (h_p - h)}$$

<u>Ipotesi di moto laminare</u>

$$U(r) = \frac{gJ}{4\nu}(r_0^2 - r^2) \rightarrow$$ il valore max lo si ha in mezzeria: $r = 0$

$$U_0 = \frac{gJ}{4\nu}\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{gJD^2}{16\nu}$$

Dalla formula di POISEUILLE ricaviamo la portata:

$$Q = \frac{g\pi J}{8\nu} \cdot r_0^4 = \frac{g\pi J}{8\nu}\left(\frac{D}{2}\right)^4 = \frac{g\pi J}{8\nu} \cdot \frac{D^4}{16} =$$

$$= \frac{g\pi J}{16\nu} \cdot \frac{\pi D^2}{8} = U_0 \cdot \frac{\pi D^2}{8}$$

U = velocita' media = $\dfrac{Q}{A}$

$$Re = \frac{D \cdot U}{\nu}$$

L'ipotesi di moto laminare è verificata se $Re > 2100$. In questo caso non è verificata né per l'olio né per l'acqua.

Ipotesi di moto turbolento in condotto liscio

Assegniamo un valore di tentativo alla velocita' di attrito u^*.

Troviamo quindi u^* dall'equazione del profilo di velocita':

$$u_* = \frac{U}{5.75 \log_{10}\left(\dfrac{y \cdot u^*}{\nu}\right) + 5.5}$$

per $y = r_0 = \dfrac{D}{2}$ $\quad U = U_0 \rightarrow$ velocita' in mezzeria

$$U_1^* = \frac{U_0}{5.75 \log_{10}\left(\frac{D\,U^*}{2\nu}\right) + 5.5}$$

di tentativo

$$e\% = \frac{U_1^* - U^*}{U^*} \longrightarrow$$

poniamo $e=0$ cambiando U^* di tentativo con la RICERCA OBIETTIVO.

$$U = \text{velocità media} = U^*\left(5.75 \log_{10}\left(\frac{D}{2}\cdot\frac{U^*}{\nu}\right) - 1.75\right)$$

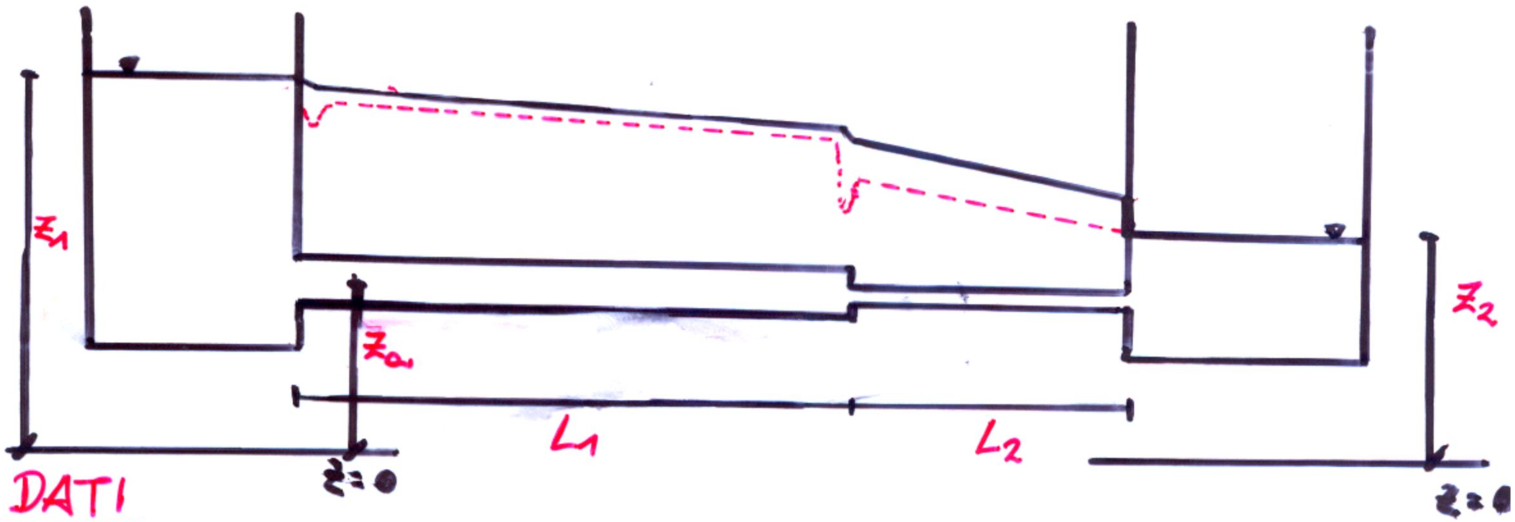
$$Q = \text{portata} = U \cdot A$$

$$Re = \frac{D\,U}{\nu}$$

$$Re^* = \frac{K_s \cdot U^*}{\nu}$$

Il regime turbolento in tubo liscio è verificato se $Re^* < 5$ e $Re > 2100 \longrightarrow$ l'ipotesi è verificata

ES. 4B : PORTATA TRA DUE SERBATOI



DATI

z_1 z_2 z_a D_1 D_2 L_1 L_2 k_s ν γ C_c

SOLUZIONE

Δz = differenza di quote tra le superfici dei serbatoi $= z_1 - z_2$

A_1 = area tubazione 1 $= \dfrac{\pi D_1^2}{4}$

A_2 = area tubazione 2 $= \dfrac{\pi D_2^2}{4}$

Imponiamo un valore di tentativo di Q

U_1 = velocità media della corrente nella tubazione 1 $= \dfrac{Q}{A_1}$

U_2 = velocità media della corrente nella tubazione 2 $= \dfrac{Q}{A_2}$

Rapporto tra le aree = $\dfrac{A_2}{A_1} = 0.64$

K : coeff. riduttivo delle perdite al restringimento $\rightarrow F\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)$

Tabella pag. 53 delle dispense:

A_2/A_1	0.6	0.7
K	0.21	0.13

$$K = \frac{(0.64 - 0.6)}{(0.7 - 0.6)} \cdot (0.13 - 0.21) + 0.21 = 0{,}178$$

ΔH_L = perdite localizzate dell'intero sistema $= \Delta H_{imbocco} + \Delta H_{restr.} + \Delta H_{sbocco} =$

$$= 0.5 \frac{U_1^2}{2g} + K \frac{U_2^2}{2g} + \frac{U_2^2}{2g}$$

Ipotesi di moto <u>turbolento puro</u>

K_s / D_1 = scabrezza relativa tubazione 1

K_s / D_2 = scabrezza relativa tubazione 2

F = indice di resistenza della tubazione $= \dfrac{1}{\left(2 \log_{10}\left(\dfrac{D}{2K_s}\right) + 1.74\right)^2}$

J = cadente della tubazione $= \dfrac{F}{D} \dfrac{U^2}{2g}$

ΔH_D = perdite distribuite dell'intero sistema $= J_1 L_1 + J_2 L_2$

ΔH_{TOT} = perdite di carico complessiva dell'intero sistema $= \Delta H_D + \Delta H_L$

Si imposta la ricerca obiettivo in modo tale che

ovvero $\Delta H_{TOT} = \Delta z$ cambiando la Q.

$$\varepsilon\% = \frac{\Delta H_{TOT} - \Delta z}{\Delta z} \cdot 100 = 0 \rightarrow \text{cambiando } Q$$

u_* = velocità di attrito nella tubazione $= \frac{1}{2}\sqrt{g D J}$

Re^* = n° Reynolds d'attrito nella tubazione $= \frac{K_s \cdot u^*}{\nu}$

→ L'ipotesi di moto turbolento puro è verificata se $Re^* > 70$ in entrambe le tubazioni.

H_1 = carico alla sezione contratta di imbocco $= z_1 - 0.1\,\frac{U_1^2}{2g}$

y_1 = quota piezometrica alla sezione contratta di imbocco $= H_1 - \dfrac{V_c^2}{2g} =$

$$= H_1 - \frac{\left[Q/(0.61 \cdot A_1)\right]^2}{2g}$$

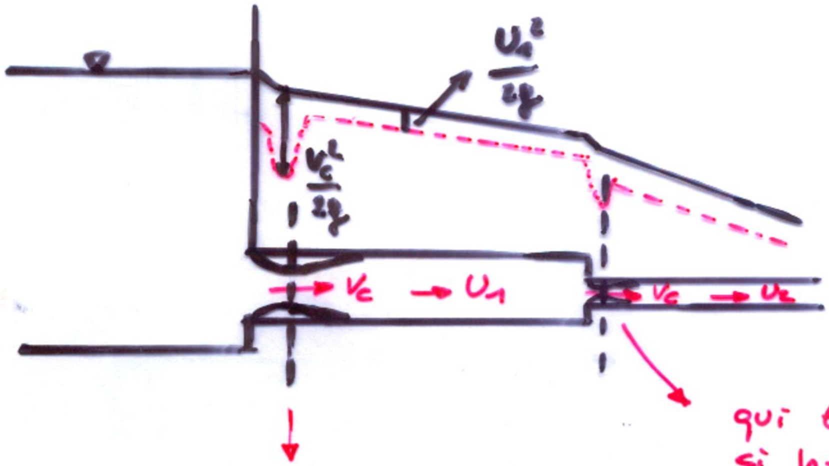
P_1 = pressione nel centro della sezione contratta di imbocco $= (y_1 - z_c) \cdot \dfrac{\gamma}{1000}$

H_2 = carico alla sezione contratta del restringimento $= z_1 - 0.5 \dfrac{U_1^2}{2g} - J_1 L_1$

y_2 = quota piezometrica alla sezione contratta del restringimento $= H_2 - \dfrac{V_c^2}{2g} =$

$$= H_2 - \frac{\left[Q/(A_2 \cdot C_c)\right]^2}{2g}$$

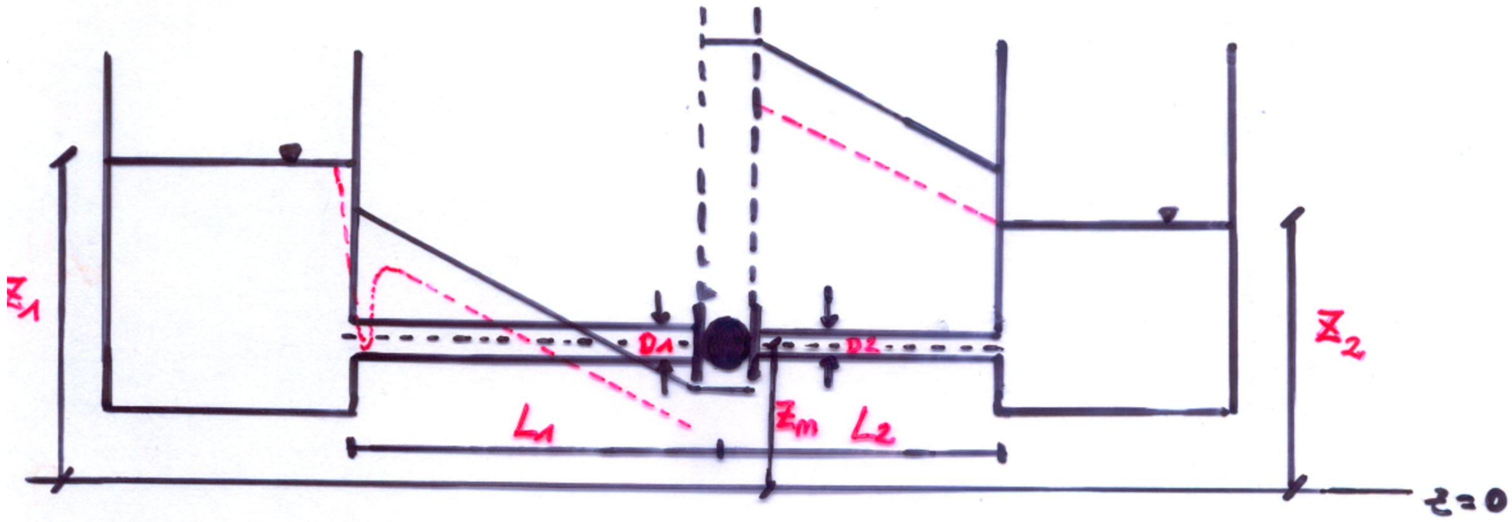
P_2 = pressione centro delle sezione contratta del restringimento $= (y_2 - z_c)^2 \cdot \dfrac{\gamma}{1000}$



qui si ha perdite di carico sia nella contrazione che nell'espansione

qui le perdite di carico si ha solo nell'espansione della vena

ES: 58: Pompa tra due serbatoi



DATI

z_1 z_2 z_m Q D_1 D_2 L_1 L_2 K_s η NPSH t

p_v ν γ

SOLUZIONE

A_1 = area Tubazione 1 = $\pi \frac{D_1^2}{4}$

A_2 = area Tubazione 2 = $\pi \frac{D_2^2}{4}$

U_1 = velocità media della corrente nella Tubazione 1 = $\frac{Q}{A_1}$

U_2 = velocità media della corrente nella Tubazione 2 = $\frac{Q}{A_2}$

ΔH_{L_1} = perdite localizzate di imbocco serbatoio 1 – Tub. 1 = $0.5 \frac{U_1^2}{2g}$

ΔH_{L_2} = perdite localizzate di sbocco Tubazione 2 – serb. 2 = $\frac{U_2^2}{2g}$

Ipotesi di moto turbolento puro

K_s/D = scabrezza relativa

f = indice di resistenza $= \dfrac{1}{\left[2 \log 10 \left(\dfrac{D_0}{2 k_s}\right) + 1.74\right]^2}$

J = cadente della tubazione $= \dfrac{F}{D} \dfrac{U^2}{2g}$

ΔH_{D_1} = perdite di carico distribuite tubazione 1 $= J_1 L_1$

ΔH_{D_2} = perdite di carico distribuite tubazione 2 $= J_2 L_2$

H_A = carico totale alla flangia di aspirazione $= z_1 - \Delta H_{L_1} - \Delta H_{D_1}$

H_M = carico totale alla flangia di mandata $= z_2 + \Delta H_{L_2} + \Delta H_{D_2}$

ΔH_p = prevalenza della pompa $= H_M - H_A$

P_A = potenza della pompa = $\dfrac{\gamma \cdot Q \cdot \Delta H_p}{\eta \cdot 1000}$

h_i = quota piezometrica alla flangia di imbocco = $H_A - \dfrac{U_1^2}{2g}$

P_D^*/γ = pressione disponibile in colonna d'acqua assoluta =

$$= h_i + 10.33 - z_M - \frac{P_v \cdot 1000}{\gamma} < NPSH$$

$\downarrow$

NPSH <u>non</u> e' rispettato