PROGRAMMA ANALISI MATEMATICA
a.a. 2011/2012

Si richiedono le dimostrazioni dei teoremi ove indicato. Si fa riferimento ai capitoli del testo (Bertsch-Dal Passo- Giacomelli *Analisi Matematica*) oltre che agli appunti presi durante il corso

- I numeri reali: struttura algebrica, ordinamento, completezza. Insiemi limitati (e limitati inferiormente/superiormente). Maggioranti e minoranti, estremo superiore e inferiore, massimo e minimo (cap. 1)
- Successioni e limiti di successioni, successioni convergenti, divergenti, oscillanti (o indeterminate). Confronti e stime asintotiche (odini di infinito e infinitesimo). Successioni monotone. Teorema di limitatezza delle successioni convergenti. Teorema di permanenza del segno. Teorema fondamentale successioni monotone (con dimostrazione). (cap. 4)
- Serie numeriche: serie convergenti, divergenti, indeterminate. Condizione necessaria per convergenza di una serie (con dimostrazione). Serie a termini positivi (criteri di convergenza). Convergenza assoluta e semplice. Serie a segni alterni, criterio di convergenza di Leibniz. (cap. 4)
- Serie di potenze: centro e raggio di convergenza, insieme di convergenza assoluta e semplice (cap. 9)
- Funzioni elementari $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ (grafici e proprietà): x^α, $\ln x$ (logaritmo naturale), $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, e^x, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$. Funzioni pari e dispari. Funzioni limitate. Funzioni convesse. Funzioni monotone. Funzione inversa. Composizione di funzioni. Operazioni sui grafici. Grafici e curve di livello per funzioni $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ (cap. 2,10)
- Limiti di funzioni e calcolo dei limiti per funzioni da $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ e $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$. Ordine di infinito e infinitesimo per funzioni reali di variabile reale, confronti e stime asintotiche. Notazione di o piccolo. (cap. 3,5,10)
- Funzioni continue da $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ e $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$. Teorema di Weierstrass. Teorema di Bolzano Weierstrass e Teorema dei valori intermedi per funzioni $f : [a, b] \to \mathbf{R}$. (cap. 6,10)
- Funzioni differenziabili e derivabili $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ e $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$. Regole di derivazione. Derivazione delle funzioni composte. Rapporti tra continuita', derivabilita' e differenziabilita' (cap. 7,11), dimostrazioni richieste quelle fatte durante il corso). Retta tangente e piano tangente. Per funzioni $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ rapporto tra monotonia e segno della derivata (con dimostrazione). Teorema di de l'Hopital, teorema di Lagrange (del valor medio) (con dimostrazione), teorema di Rolle (con dimostrazione). Derivata delle funzioni invertibili. Derivate parziali per funzioni $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, derivate direzionali. Gradiente e direzione di massima variazione (con dimostrazione). Direzione delle curve di livello (cap. 7,11)
- Approssimazione locale di funzioni con polinomi di grado 1 e di grado superiore (Taylor e McLaurin) per funzioni $\mathbf{R}, \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$. Derivazione successiva Rapporto tra derivata seconda e convessità/concavità. (cap. 7,11). Approssimazione tramite serie delle

funzioni elementari $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$. (cap. 9)

- Estremi relativi e assoluti, punti stazionari per funzioni $\mathbf{R}, \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$. Teorema di Fermat per funzioni $\mathbf{R}, \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$. Classificazione estremi relativi: criterio della derivata I e II per funzioni reali di variabile reale, criterio dell'hessiana per funzioni di piu' variabili (con dimoistrazione). Metodo delle curve di livello e dei moltiplicatori di Lagrange per funzioni di piu' variabili reali per la ricerca di estremi vincolati. (cap. 7,11)
- Studio qualitativo (locale e globale) del grafico di una funzione per funzioni $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$.
- Calcolo integrale per funzioni $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$; definizione di integrale di Riemann e di funzioni integrabili. Proprieta' dell'integrale. Funzione integrale. Primitiva di una funzione continua e struttura dell'integrale indefinito (con dimostrazione). Teorema fondamentale del calcolo integrale, I e II parte (con dimostrazione). Integrali generalizzati (cap. 8)
- Calcolo integrale per funzioni $\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$. Definizione dell'integrale di Cauchy-Riemann. Proprieta' dell'integrale. Formule di riduzione per $\mathbf{R}^2, \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ (cap. 14)
- Calcolo infinitesimale per curve; limiti, continuita'. Parametrizzazione, velocita' scalare e vettoriale. Parametro d'arco. Curve regolari. Integrale curvilineo di I e II specie (cap. 12)
- Campi vettoriali. Campi vettoriali conservativi; condizioni necessarie e sufficienti per la conservativita' di un campo vettoriale (con dimostrazioni svolte durante il corso). Diveregnza e rotore. Flusso e lavoro di un campo vettoriale
- Calcolo infinitesimale e integrale per superfici (cap. 15)
- Teorema di Gauss-Green nel piano (con dimostrazione). Teorema della divergenza nel piano (con dimostrazione). Teorema della divergenza in 3D. Teorema di Stokes. Interpretaizone fisica degli operatori divergenza e rotore (cap. 16)
- Equazioni differenziali. Equazioni lineari del I ordine: insieme delle soluzioni (con dimostrazione). Equazioni lineari del II ordine a coefficienti costanti: insieme delle soluzioni (con dimostrazione) (cap. 17)