A N A L I S I MATEMATICA	Cognome e Nome
Prova del 12-7-2010	

1. Date le funzioni $F(x) = 5 + \int_0^x e^{-t^2}\,dt$ e $G(x) = \int_0^x (1 - e^{-t})\,dt$ si stabilisca se: A) F e G sono monotone, B) F e G sono convesse/concave, C) F e G ammettono punti stazionari (nel caso classificarli).

Si disegni il grafico (approssimato) di F e G in un intorno di $x = 0$.

2. Data l'equazione $u''(x) + 4u'(x) + 4u(x) = 5$ e le condizioni di Cauchy $u(0) = 0$ e $u'(0) = 1$. Si trovi la soluzione e se ne scriva il polinomio di Mc Laurin di ordine 2

3. Si trovi la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$u'(x) + \frac{1}{1+x}u(x) = \frac{5}{x+1}, \quad u(0) = 0, \quad x > -1$$

e si calcoli $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}u(x)$.

4. Stabilire se i seguenti integrali e le seguenti serie convergono (calcolando se possibile il valore), eventualmente discutendo la risposta al variare di α.

1) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{|\cos x| + x^{1/2}}{x^{2\alpha}}\,dx$ 2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \int_n^{n+1} \frac{5}{x}\,dx$

3) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n + n}{n^\alpha}$ 4) $\displaystyle\int_0^1 \ln x\,dx$

- **Tempo a disposizione: 3h.**

ANALISI MATEMATICA	Cognome e Nome	Matricola
Prova del 12-7-2010		

5. Calcolare il flusso del campo $\mathbf{F}(x,y,z) = 3xz\mathbf{i} + z\mathbf{j} + 3y\mathbf{k}$ attraverso il bordo di $D := \{(x,y,z) : x^2 + y^2 \leq 1,\ 0 \leq z \leq 1\}$ orientato secondo la normale uscente.

6. Trovare l'insieme di convergenza semplice e assoluta della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n} \frac{x^n}{3^n}$.

7. Si consideri il campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y) = x\mathbf{i} - xy\mathbf{j}$ e la curva γ parametrizzata da $\mathbf{r}(t) = \cos t\mathbf{i} + \sin t\mathbf{j}$, $t \in [0, \pi/2]$. Calcolare $3\displaystyle\int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

8. Calcolare il lavoro di $\mathbf{F}(x,y) = xy\mathbf{i} + 3xy\mathbf{j}$ lungo il bordo del triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ orientato in senso antiorario.

9. Data la funzione $f(x,y) = (x-1)^2 + (y+3)^2$ calcolare la direzione della curva di livello passante per $(0,0)$. Trovare inoltre, se esistono, i punti di estremo assoluti e relativi di f ristretta a $[0,2] \times [-10,0]$.

10. Dato il campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y) = \alpha y\mathbf{i} + (2-\alpha^2)x\mathbf{j}$, trovare, se esistono, i valori di α per cui risulti conservativo. In questi casi individuarne un potenziale che si annulli nel punto $(2,2)$.

- **Tempo a disposizione: 3h.**