Il metodo dei cammini di Feynman

Lezione 3

L'interferometro Mach-Zehnder: come sistema-paradigma
e altri approfondimenti su temi concettuali

Piano Lauree Scientifiche

Normalizzazione delle ampiezze e delle probabilità

Fino ad ora abbiamo lavorato con freccine di lunghezza unitaria. È possibile migliorare il metodo introducendo alcune regole per la normalizzazione delle ampiezze. La regola generale è che la somma delle probabilità di trovare l'oggetto quantistico tutti i punti dello spazio deve essere 1.

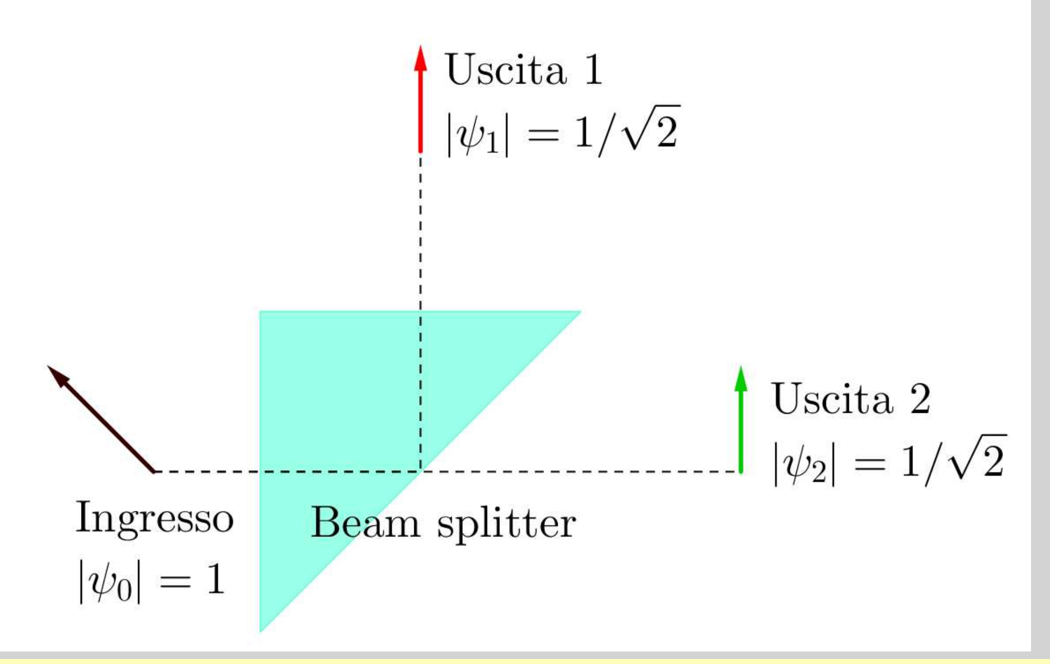
Per i casi in cui l'oggetto quantistico possa essere considerato "libero" questo conduce a regole semplici, le cui correzioni non sono tuttavia molto rilevanti (in quanto solitamente si considerano cammini che non differiscono di molto):

- *Propagazione in una dimensione -> nessuna correzione*
- *Propagazione in due dimensioni -> il modulo della freccina decresce con la distanza come* $1/\sqrt{r}$
- *Propagazione in tre dimensioni -> il modulo della freccina decresce con la distanza come 1/r*

https://www.geogebra.org/m/efBI3J9a

Normalizzazione delle ampiezze e delle probabilità

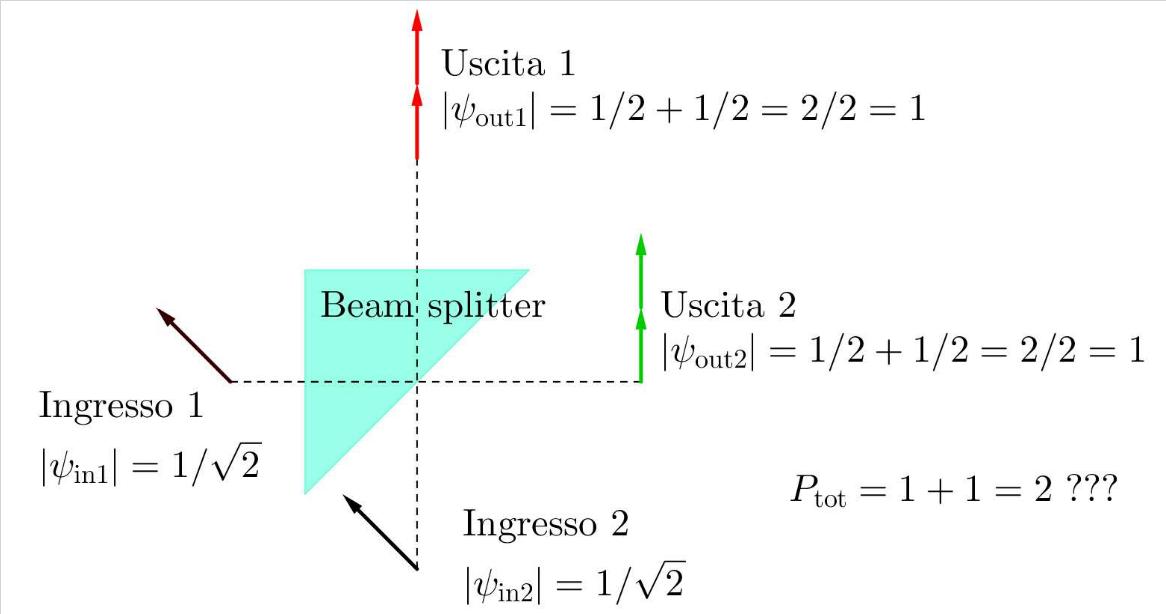
Più rilvante per noi è il caso dei beam splitter. Qui abbiamo un oggetto quantistico che entra da un ingresso ed esce da uno di due possibili uscite con probabilità 50%.



Appare chiaro che il modulo della freccina dopo ciascuna delle due uscite debba essere uguale a $1/\sqrt{2}$ (1/2+1/2=1).

Connessione con la proprietà di unitarietà

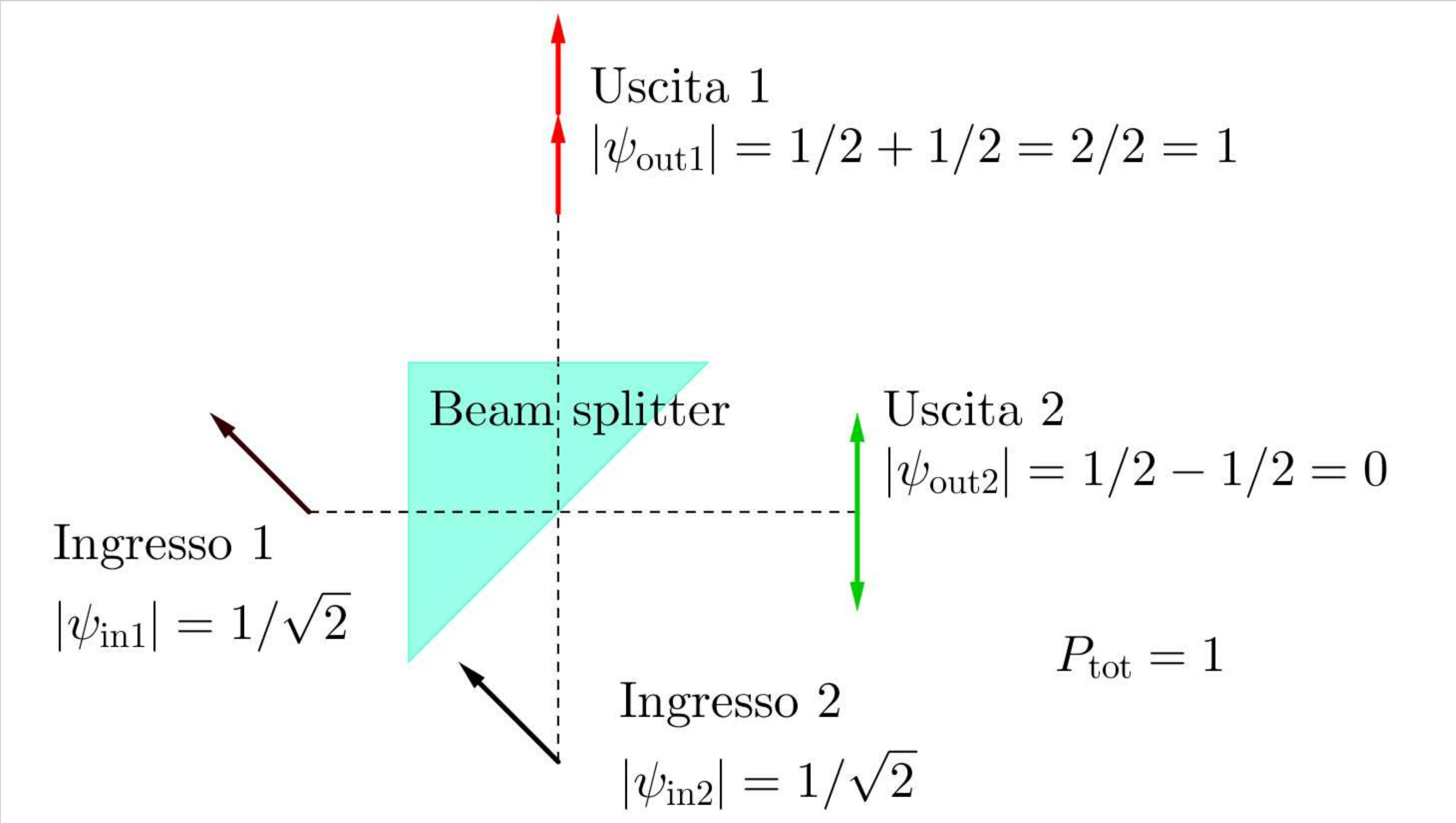
Si può mostrare che esiste una connessione con la regola precedentemente introdotta per la riflessione. Infatti non è sufficiente assumere che il modulo dellle due freccine sia $1/\sqrt{2}$ ad ogni uscita per avere la conservazione della probabilità in ogni possibile caso. Poniamo il caso in cui vi siano due cammini indistinguibili che portano il fotone a entrare in ciascuno dei due ingressi del beam splitter:



La conservazione della probabilità è violata

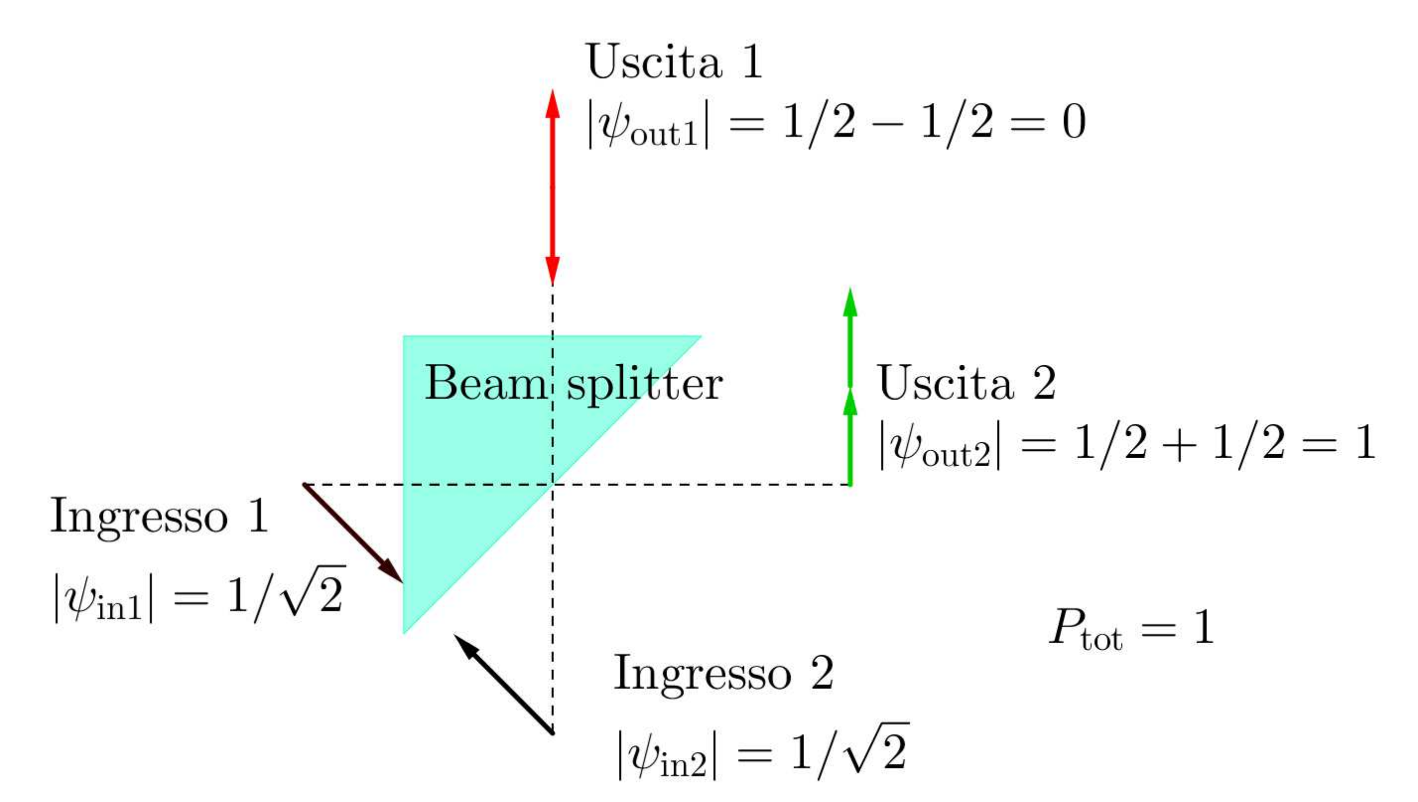
Connessione con la proprietà di unitarietà

Al contrario, se si tiene conto della regola della riflessione, la probabilità è conservata:



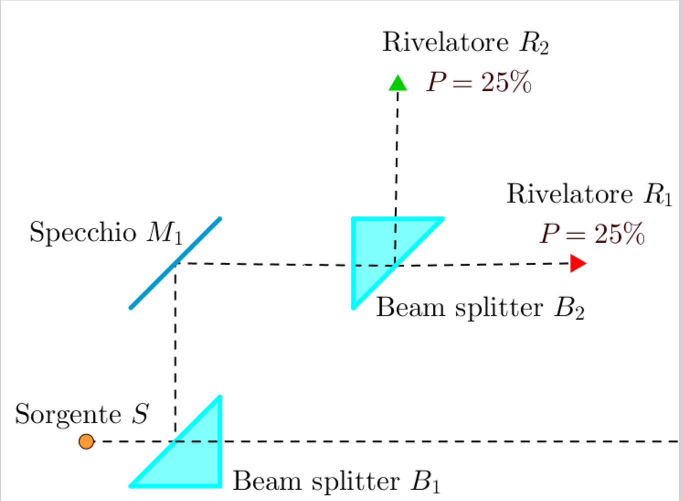
Connessione con la proprietà di unitarietà

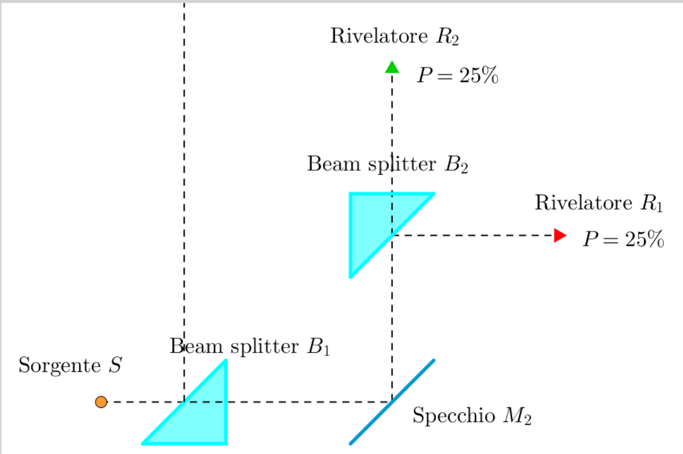
E questo avviene indipendentemente dalla fase relativa delle due freccine in ingresso:

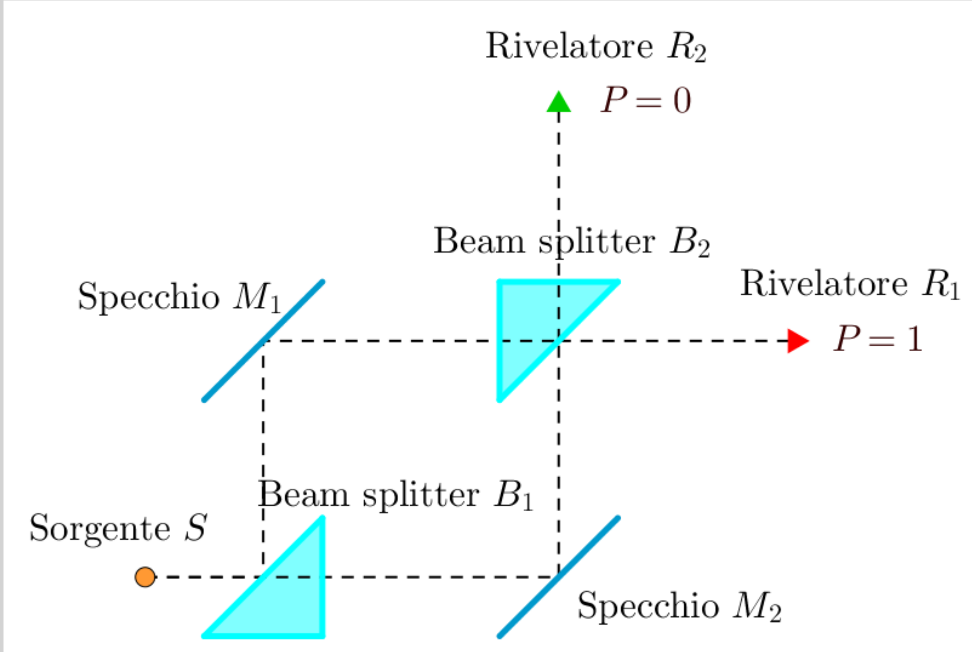


In fisica quantistica si dice che le quantità osservabili devono essere espresse da operatori *unitari*. Con questo si intende semplicemente quanto detto precedentemente, ossia che conservino la probabilità in uscita per ogni possibile scelta dei vettori di ingresso (normalizzati).

Un sistema-paradigma: il Mach-Zehnder

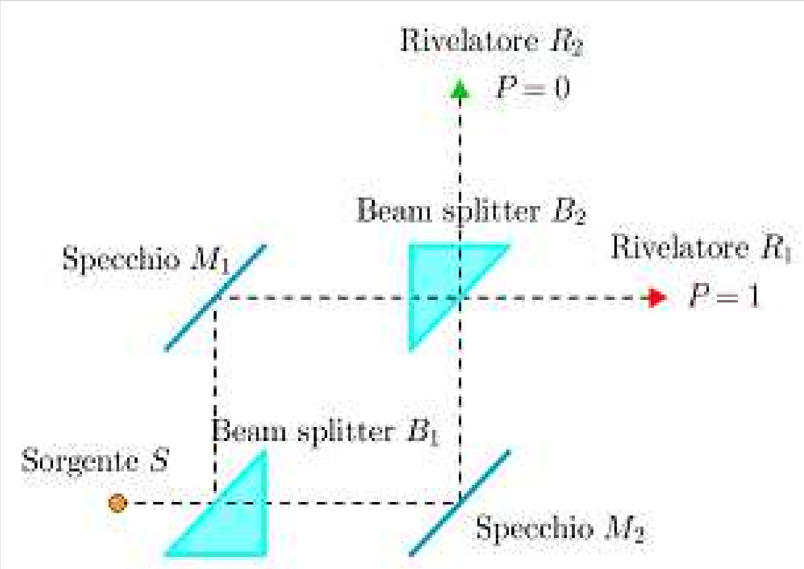






Il risultato, se viene rimosso uno dei due specchi appare in accordo con l'intuizione classica: si osservano il 25% dei fotoni incidenti al rivelatore R_1, e il 25% a R_2, perchè il 50% dei fotoni vengono persi al divisore di fascio B1. La stessa cosa accade se viene rimosso lo specchio M_1 anzichè lo specchio M_2. Ma se entrambi gli specchi sono inseriti, il risultato è in totale disaccordo con l'intuizione classica che prevederebbe il 50% dei fotoni in R_1 e il 50% dei fotoni in R_2. Al contrario, si osserva che tutti i fotoni vengono rivelati in R_1.

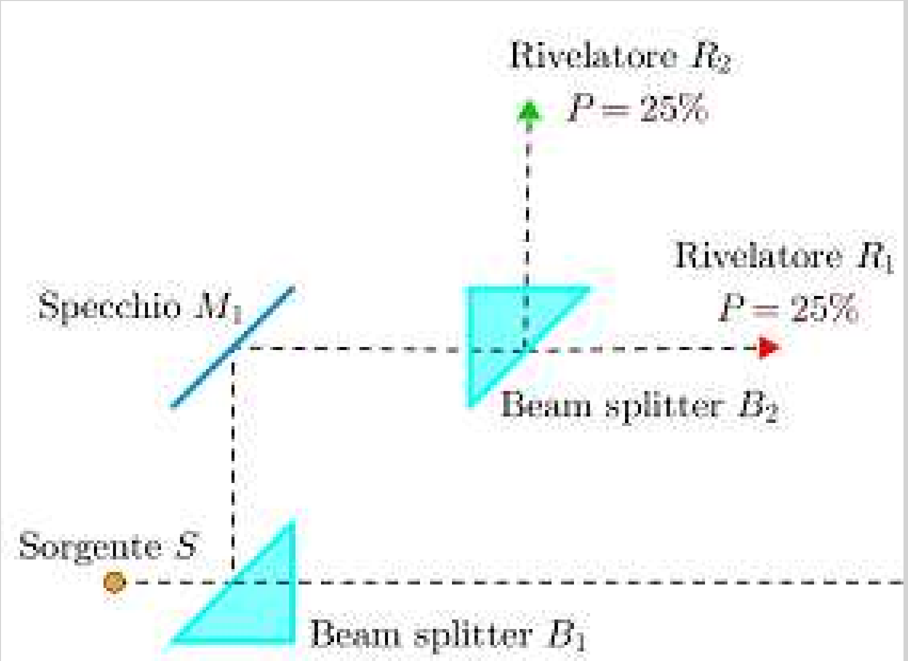
Analisi del Mach-Zehnder



https://www.geogebra.org/m/NvbZqpuA

Nell'esperimento vi sono due cammini possibili per ciascuno dei due rivelatori R_1 ed R_2. Si assume che l'apparato sia costruito in modo da essere completamente simmetrico, in modo tale che tutti i cammini che vanno dalla sorgente a ciascuno dei due rivelatori abbiano la stessa lunghezza. Perciò, non viene prodotto nei fasori associati ai camminінessuno sfasamento dovuto alla lunghezza del cammino. Si conta allora il numero delle riflessioni esterne, dalla quale risulta che i fasori associati ai due cammini S-R_1 saranno in fase, sommandosi costruttivamente mentre quelli associati ai due cammini S-R_2 saranno in controfase, sommandosi distruttivamente, perciò la probabilità di rivelare il fotone in R_2 sarà nulla.

Analisi del Mach-Zehnder

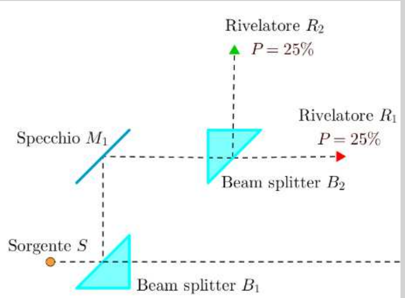


L'analisi del secondo caso è ben diversa: in questo caso vi sono infatti solo due cammini possibili, uno da S ad R_1 ed uno da S ad R_2 . Non vi è quindi alcuna interferenza; le probabilità di rivelare il fotone ad R_1 o ad R_2 saranno proporzionali al quadrato del modulo di due fasori uguali, e dovranno quindi essere uguali.

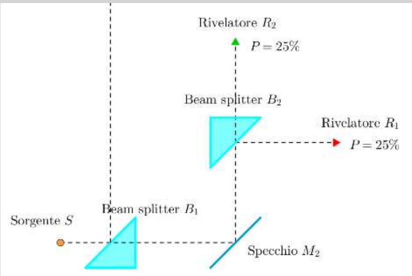
Analogie fra diversi sistemi

La differenza tra probabilità classica e quantistica è alla base di una serie di esempi che mostrano la stessa struttura comparire in meccanica quantistica in contesti molto diversi:

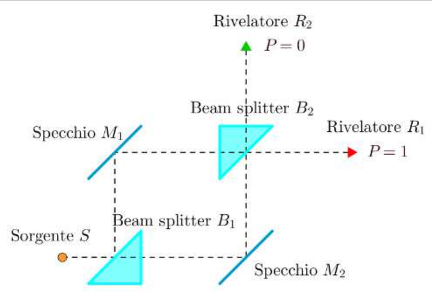
Mach-Zehnder:



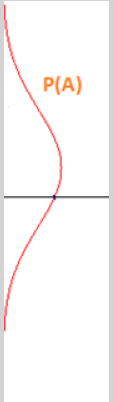
+



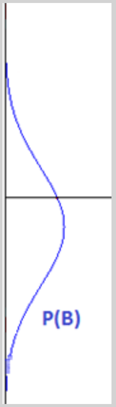
≠



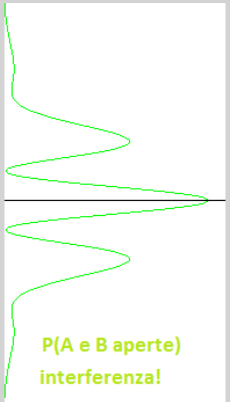
Doppia fenditura:



+



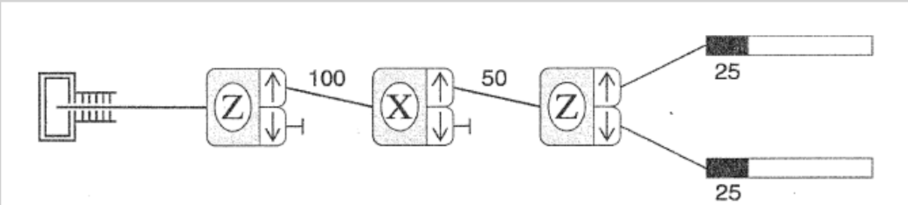
≠



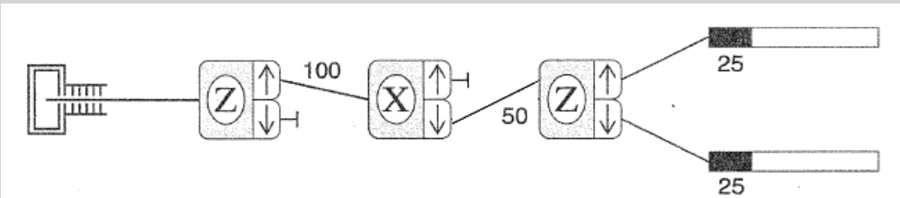
Analogia con "spin-first" o "approccio di Udine"

Lo stesso esempio viene tipicamente fatto nell'ambito di un approccio basato sullo spin, che utilizza come sistema-paradigma quello di Stern e Gerlach. Questo consente ad esempio di confrontare risultati di apprendimento ottenuti con diversi approcci didattici.

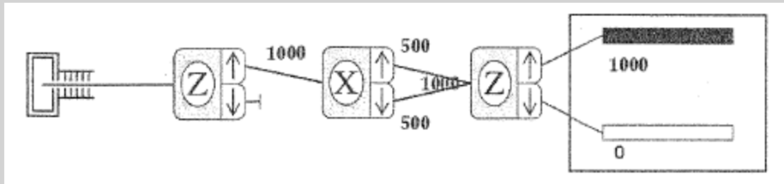
Stern-Gerlach:



$+$



$\neq$



Probabilità classica e probabilità quantistica

Se un evento E può avvenire in due modi alternativi **sperimentalmente indistinguibili** *A* e *B*, ai quali sono associati ampiezze *Ψ(A)* e *Ψ(B)*, la probabilità complessiva dell'evento E si calcolerà con la formula quantistica, ossia

$$P(E) = \left| \vec{\psi}(A) + \vec{\psi}(B) \right|^2$$

Ma se l'evento E può avvenire in due modi alternativi ***sperimentalmente distinguibili*** *A e B, ai quali sono associate probabilità separate P(A) e P(B), si utilizzerà la formula classica, cioè*

$$P(E) = P(A) + P(B)$$

E non si avrà quindi interferenza tra le due alternative.

Misure senza interazione

L'idea che sia proprio la distinguibilità dei cammini, e non una perturbazione dovuta all'atto della misura, a causare la distruzione dell'interferenza, è stata verificata sperimentalmente in tempi recenti, attraverso l'invenzione di metodi per ottenere informazioni su un sistema quantistico senza interagire materialmente con esso.

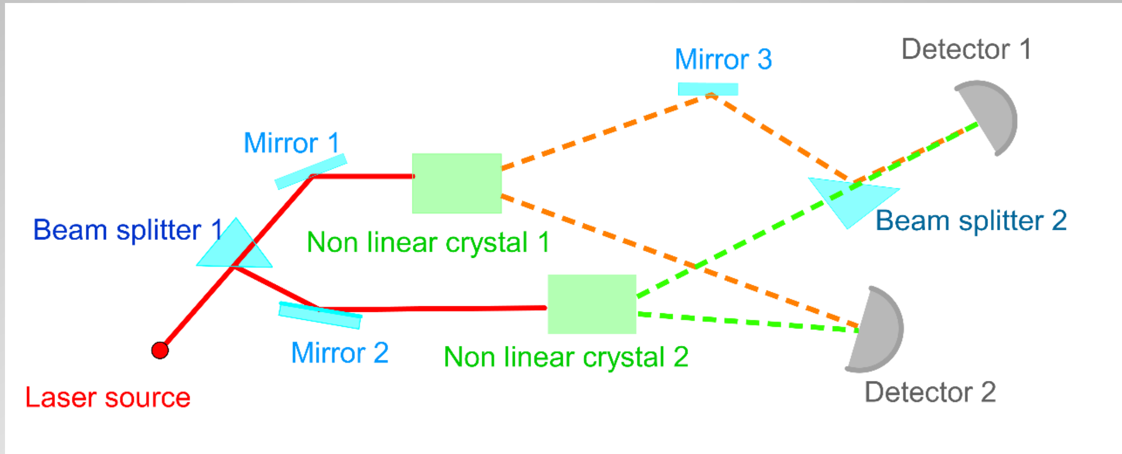
Un esperimento analogo a quello della doppia fenditura nel quale il fotone viene rivelato senza interagire con esso viene realizzato nel 1991.

Zhou, X. Y., Wang, L. J., & Mandel, L. Induced coherence and indistinguishability in optical interference. Physical review letters, 67(3), 1991, 318-321.

L'esperimento di Zhou-Wang-Mandel viene ripetuto due volte, in configurazioni apparentemente molto simili. Nel primo caso, tuttavia, si hanno due diversi possibili processi *indistinguibili* dal punto di vista sperimentale, nel secondo caso essi sono *distinguibili*.

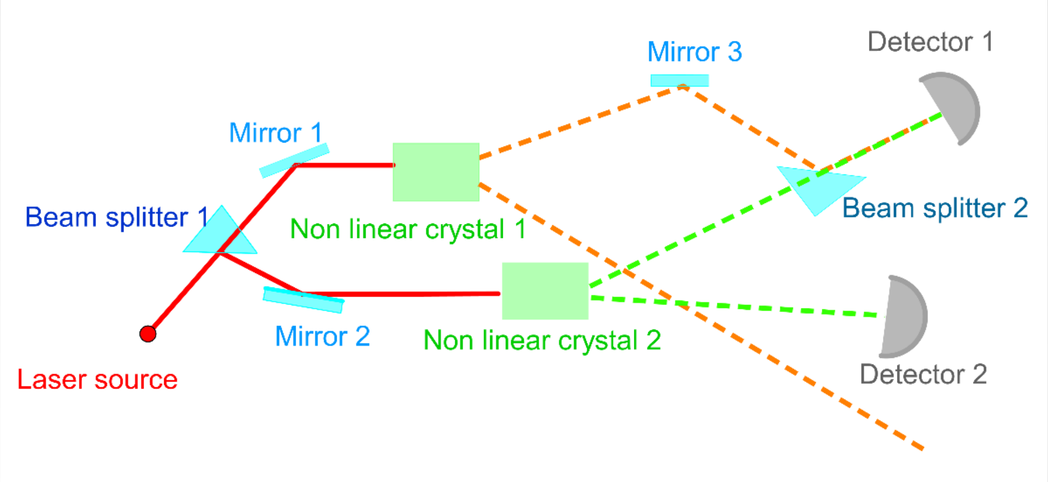
Configurazione A

«Processi indistinguibili»



Configurazione B

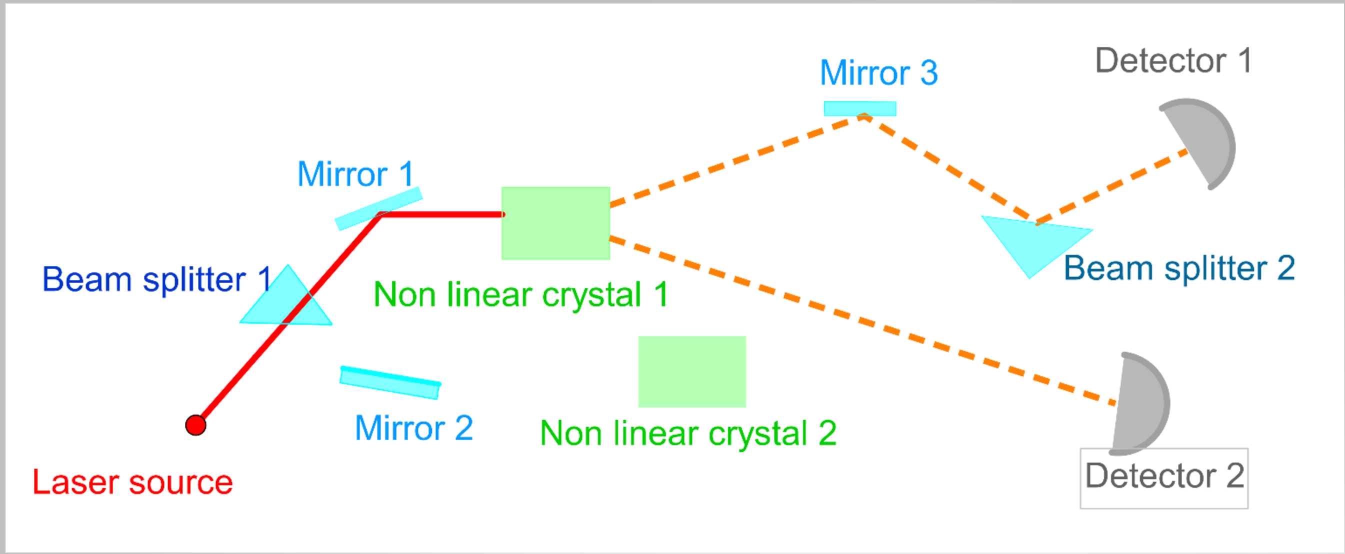
«Processi distinguibili»

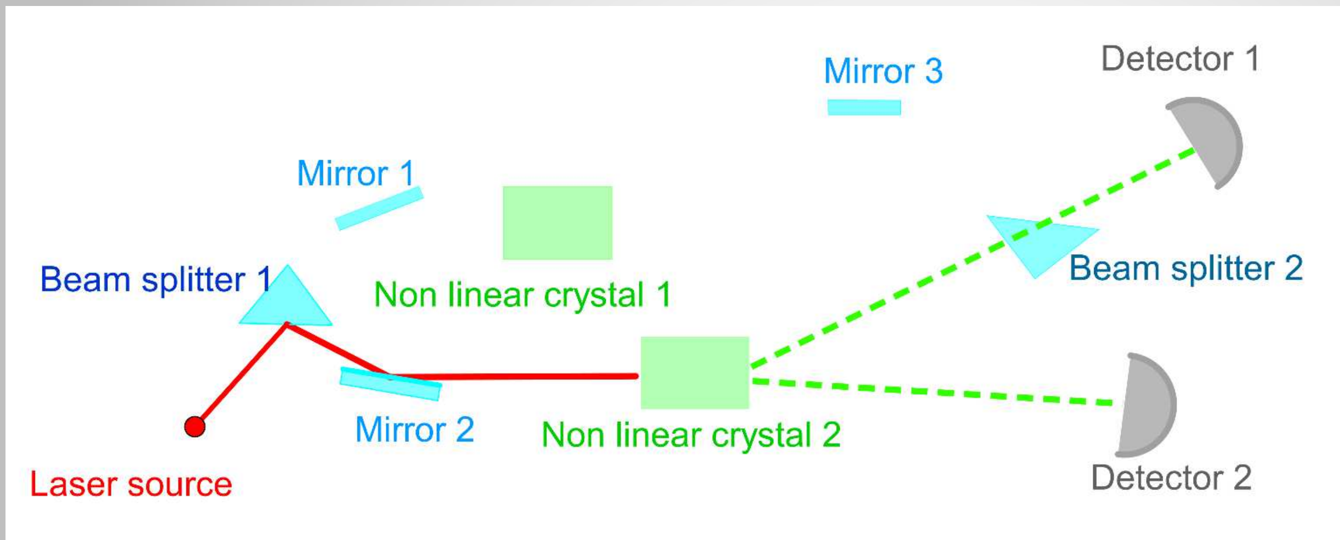


I cristalli non lineari sono in grado di emettere *coppie* di fotoni quando vengono eccitati da un laser. Tuttavia, l'efficienza di tale processo di emissione è molto bassa, cosicché, statisticamente, solo uno dei due cristalli, ad un determinato istante, emette una coppia di fotoni: possiamo dire che c'è sempre, tranne in casi eccezionali, solo una coppia di fotoni nell'apparato: o quelli emessi dal cristallo 1, o quelli emessi dal cristallo 2.

Nella configurazione «A» risultati sperimentali ottenibili dai casi in cui la coppia di fotoni sia emessa dal cristallo 1 o dal cristallo 2 sono identici: i processi sono indistinguibili, e ho quindi interferenza tra le due possibili vie. Nella configurazione «B» al contrario, è possibile distinguere i due casi, perché se la coppia di fotoni è emessa dal cristallo 1, solo uno dei due fotoni raggiunge il rivelatore (precisamente il rivelatore 1).

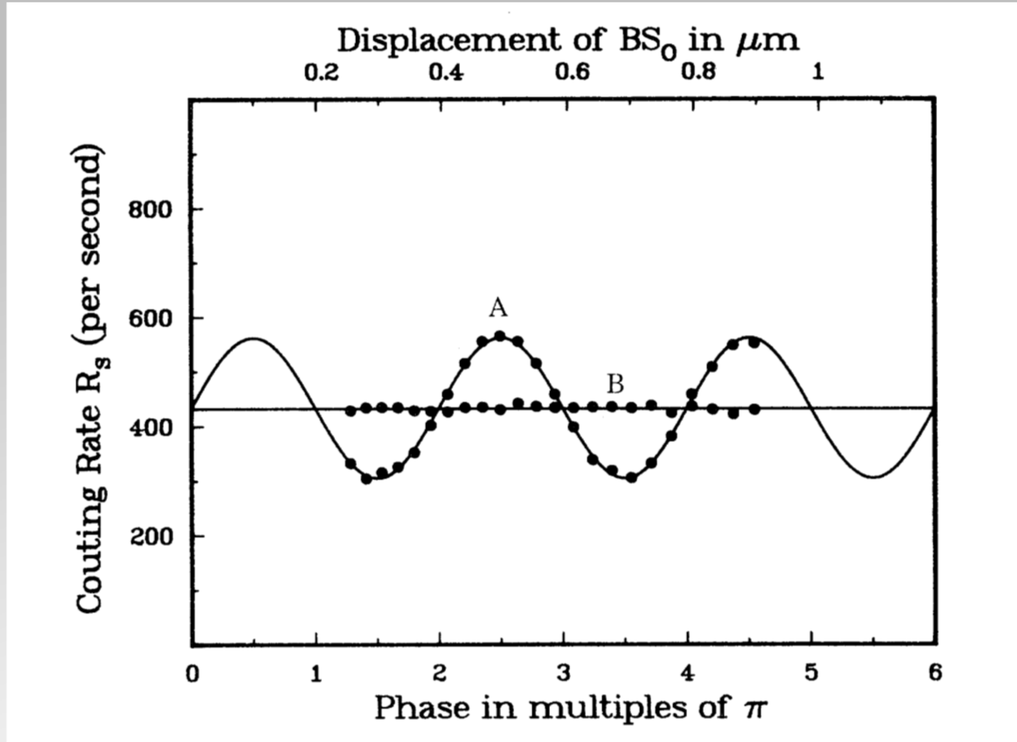
Processi indistinguibili





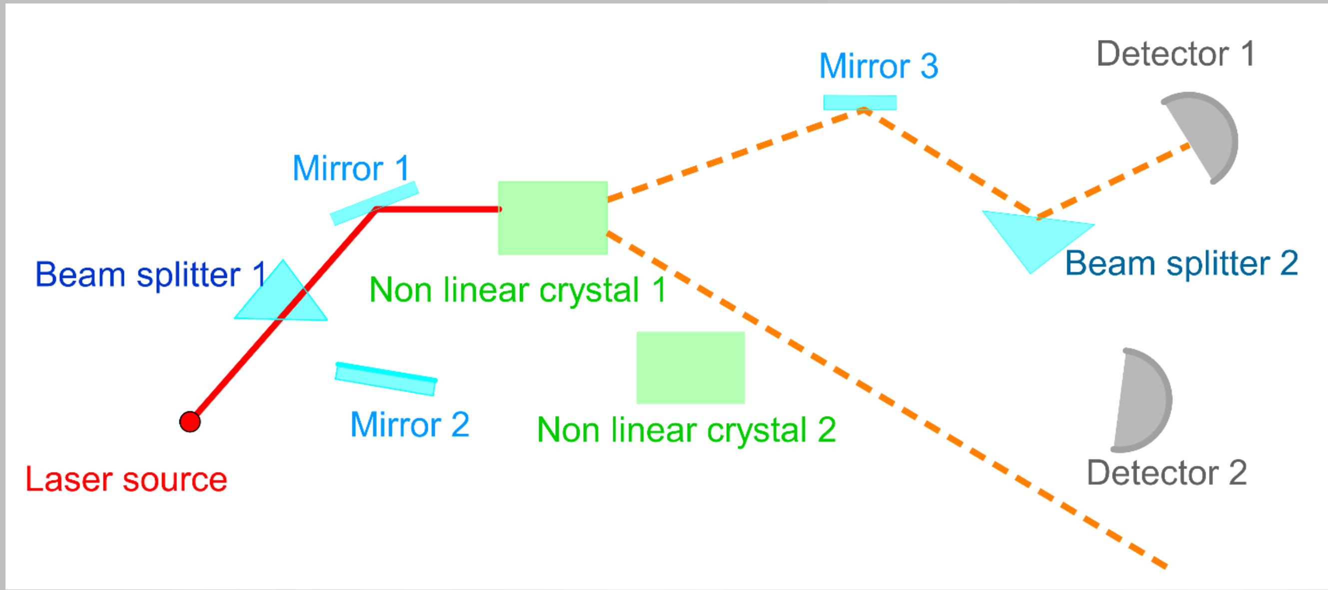
I due processi fisici conducono a identici stati iniziale e finale, inclusi identici risultati per tutti gli apparati di misura. Non ho modo, neppure in linea di principio, di comprendere quale dei due processi sia avvenuto.

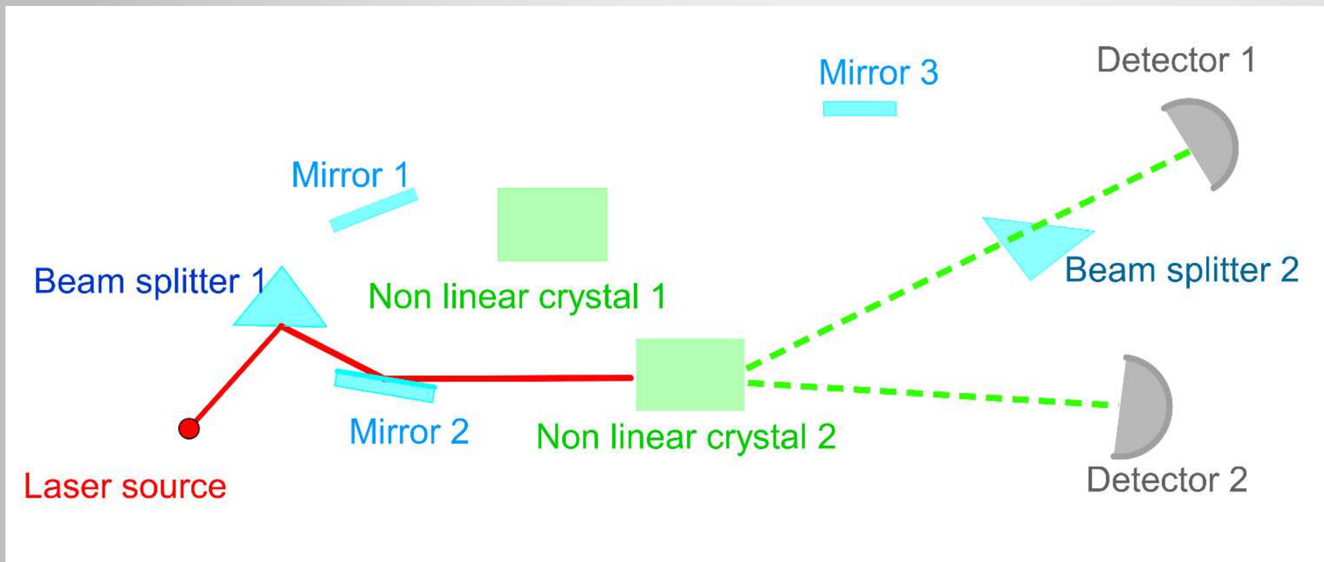
Nell'esperimento viene variata la lunghezza del cammino tra il cristallo 1 e il beam splitter 2, producendo, nel caso di **processi indistinguibili** (caso **A** in figura) una modulazione del numero dei conteggi (**figura di interferenza**).



Poiché l'apparato non può fornire alcuna informazione circa quale dei due processi sia avvenuto, i due processi possibili interferiscono.

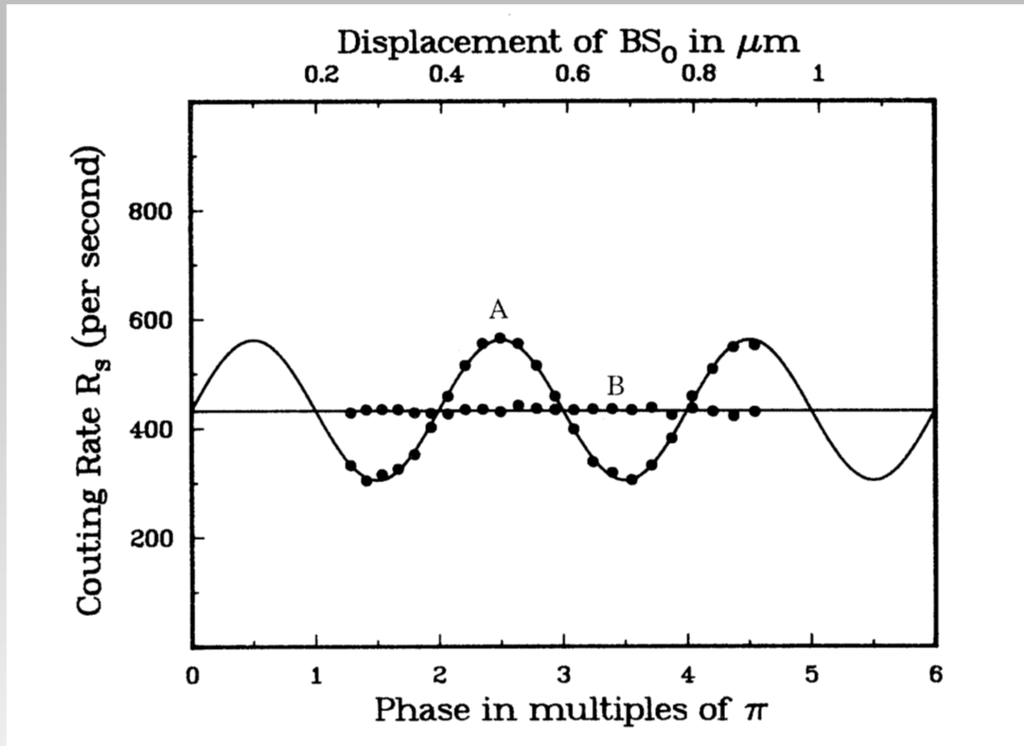
Processi distinguibili





I due processi sono ora distinguibili, anche se i fotoni "primari" (quelli che arrivano al fotone 1) non sono stati in alcun modo perturbati. Tuttavia, poter di distinguere quale dei due processi è avvenuto,distrugge la figura di interferenza.

Nel caso B (**processi distinguibili**) l'interferenza non avviene: al variare della lunghezza di un cammino, il conteggio al rivelatore 1 **resta costante**.



Poiché l'apparato fornisce informazione su quale dei due processi è avvenuto, i due processi possibili NON interferiscono.

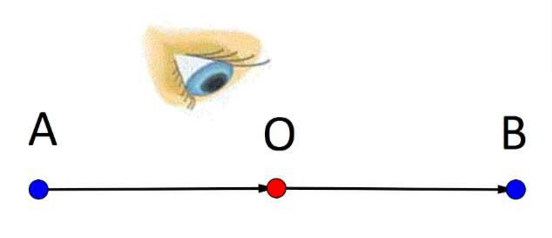
Corrispondenza con la doppia fenditura

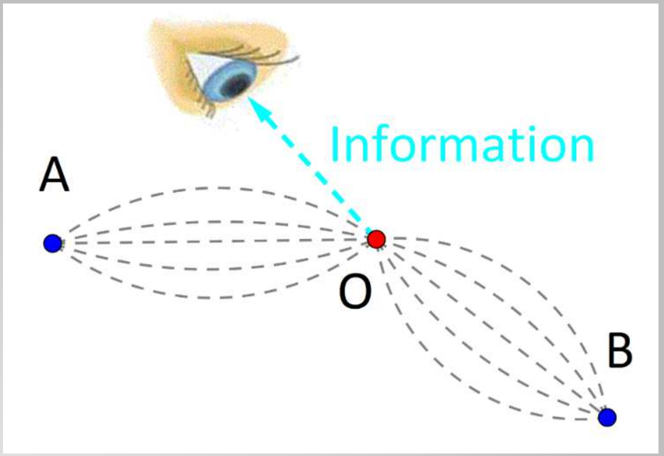
Passaggio dalla fenditura 1 o 2	⟺	Emissione dal cristallo 1 o 2
Rivelazione del passaggio del fotone dalla fenditura 1 o 2 (informazione *which way*)	⟺	Rivelazione o meno del fotone secondario al rivelatore 2 (informazione *which way*)
Interferenza (o meno) sullo schermo al variare del punto P (varia la rispettiva lunghezza dei cammini).	⟺	Interferenza (o meno) al rivelatore 1 al variare della rispettiva lunghezza dei cammini.

Il fotone che arriva al rivelatore 1 **non viene perturbato in alcun modo** dal processo di misura, che riguarda solo il fotone secondario; ma se viene ottenuta informazione *which way*, **si distrugge la figura di interferenza**.

Gli apparati in fisica classica e in fisica quantistica

In fisica classica i rivelatori, gli strumenti di misura, sono in qualche modo “esterni” al modello, nel senso che la teoria fornisce delle previsioni, che possono essere deterministiche o probabilistiche, ma comunque non dipendono da dove e quando sul sistema venga effettuata una misura.





In fisica quantistica i rivelatori e gli strumenti di misura occupano un posto all’interno del modello, ossia l’aggiunta o lo spostamento di un rivelatore può influenzare il comportamento del sistema, e in particolare i risultati di misure effettuate in un altro punto del sistema.

Le misure which way

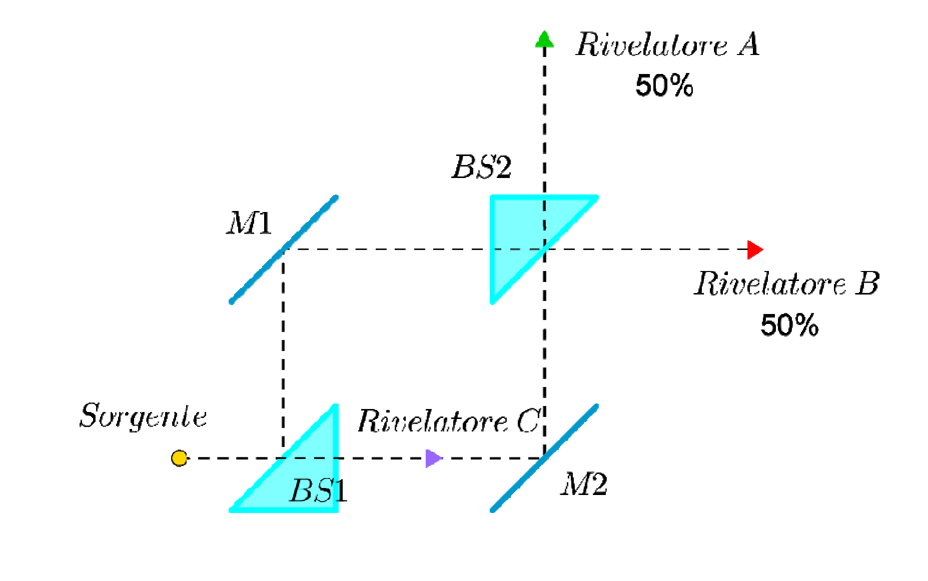
Se è possibile distinguere sperimentalmente quale cammino ha preso il fotone, non vi è più interferenza.

Un modo in cui la cosa può essere vista è: i cammini non portano allo stesso risultato sperimentale, perchè occorre tenere conto anche del risultato che permette la distinguibilità. A volte tuttavia può non essere chiaro cos'è un "risultato sperimentale", cioè due cammini possono portare al click dello stesso rivelatore ma essere comunque distinguibili attraverso I tempi di arrivo.

Dunque interferiscono quei cammini che portano allo stesso risultato sperimentale sono indistinguibili in base ad <u>ogni informazione in linea di principio disponibile sul sistema</u>.

Ottenere informazione su «quale via» (which way information) ha preso il fotone nell'esperimento delle due fenditure, riduce i possibili cammini indistinguibili ai soli cammini che passano attraverso la fenditura individuata dal dato sperimentale, distruggendo l'interferenza.

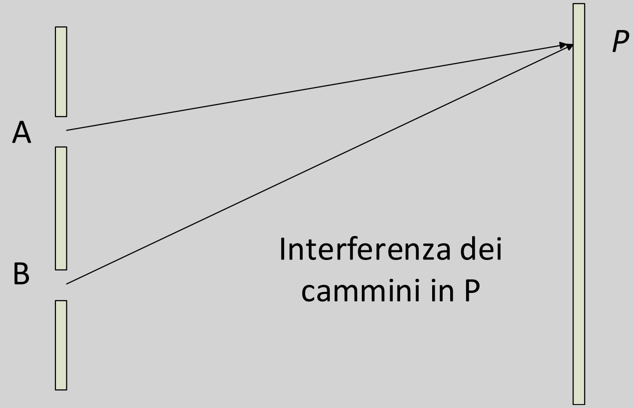
Il Mach-Zehnder con misura which way



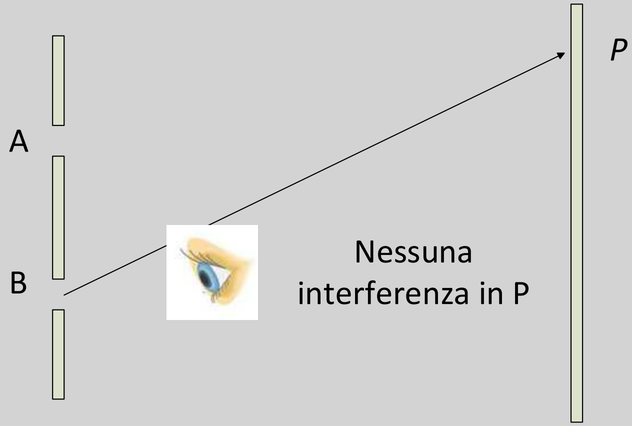
Analogamente all'esperimento della doppia fenditura, il Mach-Zehnder può essere modificato con un rivelatore aggiuntivo che permette misure which way. Anche in questo caso, la distinguibilità dei cammini conduce alla perdita del fenomeno di interferenza.

Le misure which way

L'oggetto quantistico «esplora» tutte le vie; da questo deriva l'interferenza nell'esperimento delle due fenditure. Ma se viene introdotto un osservatore o rivelatore che rivela il passaggio della particella ad una delle due fenditure, l'interferenza scompare.



https://www.geogebra.org/m/GALGGPlo



wave_particle_duality.ggb

Questo fenomeno è parte essenziale della classica formulazione del «dualismo onda-particella»: se viene costruito un esperimento atto a verificare il carattere particellare dell'oggetto quantistico, esso non potrà riscontrarne gli aspetti ondulatori, e viceversa.

Un"modello funzionale" della dualità

1. *Gli oggetti quantistici sono sempre rivelati come entità localizzate, ma la loro probabilità di rivelazione è data dalla* ***regola della probabilità quantistica considerando tutti i cammini (o processi) possibili****, che è responsabile dell'emergere di fenomeni ondulatori;*

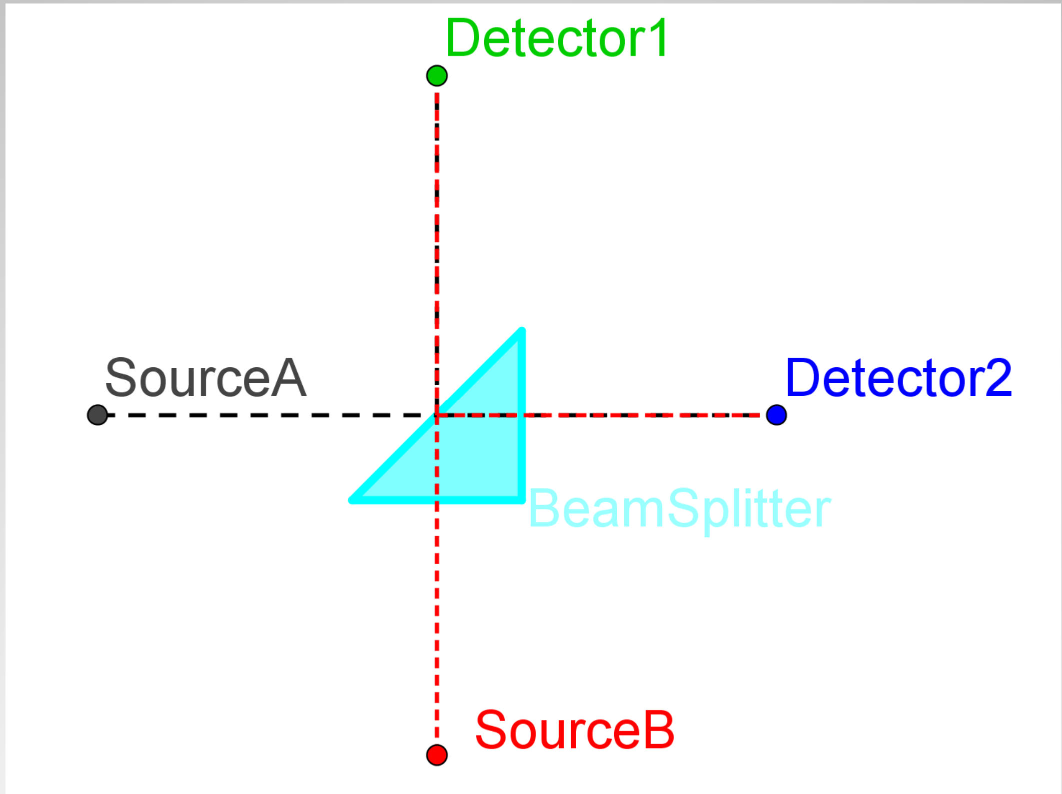
2. *Se sul sistema viene acquisita informazione, mediante una misura which way, i cammini possibii per il sistema, per un dato esito della misura which way, sono ridotti in numero e si perde l'interferenza, o in altre parole si applica la regola della probabilità classica perchè processi non sono più indistinguibili.*

Gli apparati sperimentali Zhou-Wang-Mandel e Mach-Zehnder svolgono un ruolo cruciale nel chiarire questi punti per gli studenti.

Va messo in evidenza che, al contrario di quanto avviene nella fisica classica, il processo di misura è interno, e non esterno, al modello.

Esperimento di Hong-Ou-Mandel

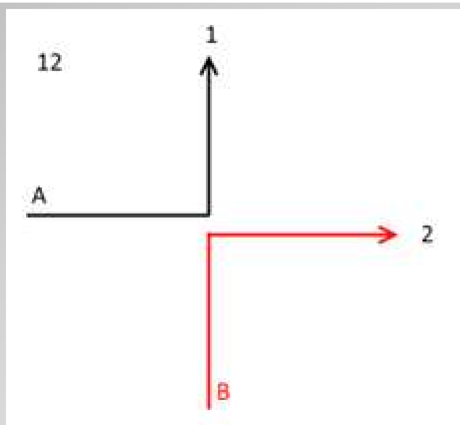
Un famosissimo esperimento del 1987 esplora la situazione in cui due fotoni vengono inviati alle due porte di ingresso di un beam splitter, e rivelati alle due porte di uscita.

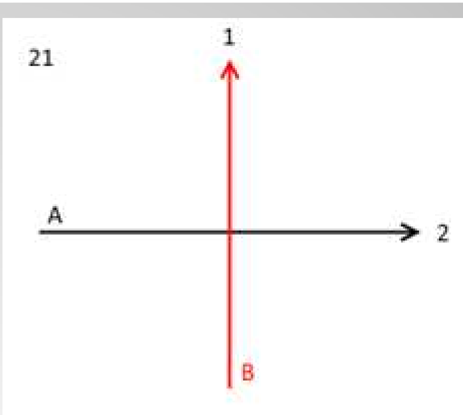


Hong, C. K.; Ou, Z. Y. & Mandel, L. (1987). "Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference". Phys. Rev. Lett. 59 (18): 2044–2046

L'esperimento si propone di verificare cosa avviene quando alle due porte di ingresso del beam splitter vengono inviati fotoni indistinguibili.

L'indistinguibilità dei due fotoni ha come conseguenza anche l'indistinguibilità sperimentale di due dei quattro possibili processi che possono avvenire nell'esperimento. Precisamente, le due possibili storie:

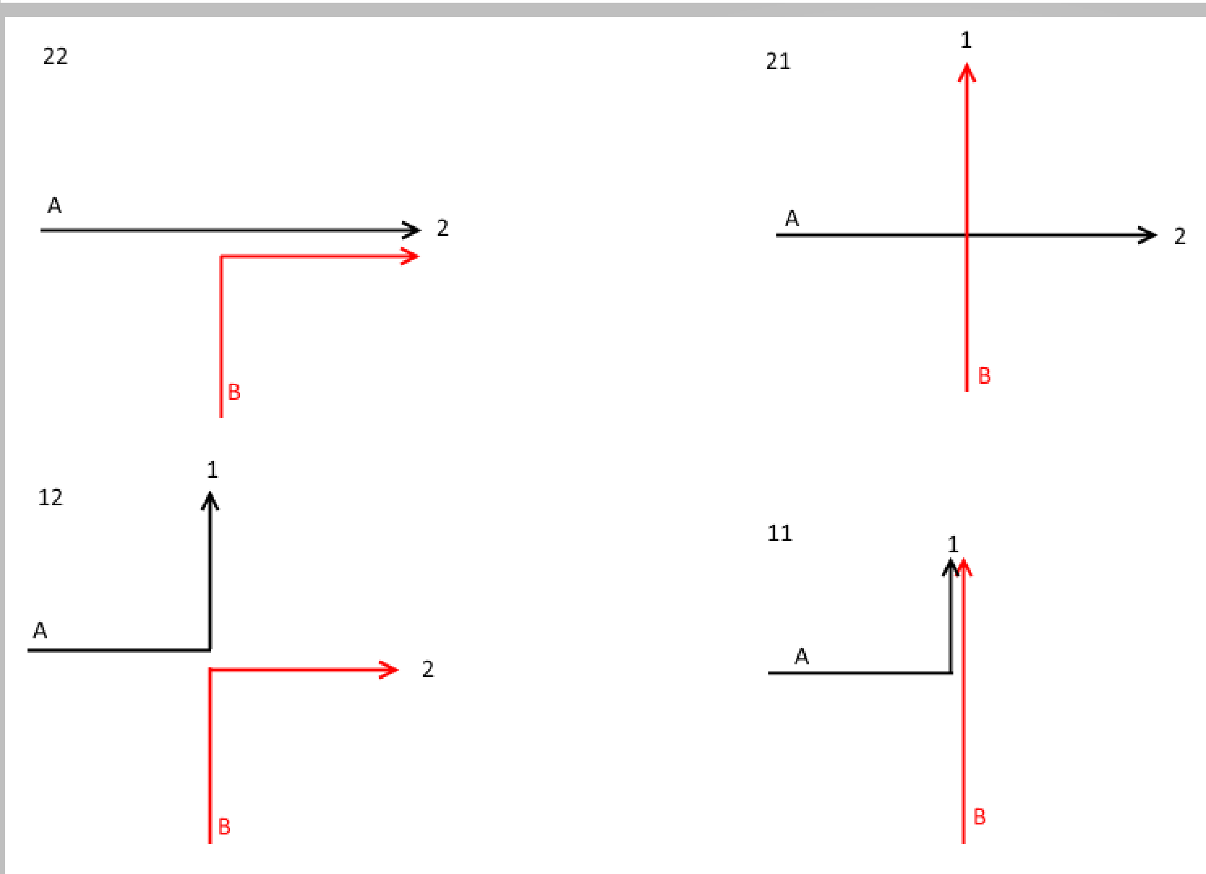


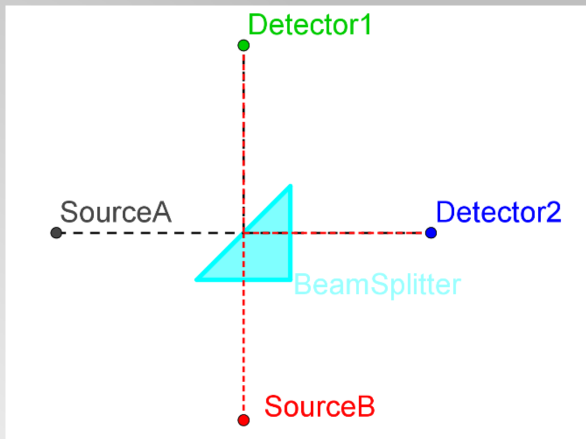


Diventano indistinguibili, in quanto io dal punto di vista sperimentale vedrò solo un fotone in ciascuno dei due rivelatori 1 e 2 («coincidenza» dei click ai rivelatori), *ma non potrò essere in grado di dire di quale dei due fotoni A e B si tratta*. In base a quanto detto in precedenza, mi attendo quindi interferenza tra questi due processi.

Vedremo che per il fotone l'interferenza sarà distruttiva, cioè porterà alla soppressione completa di questi due processi, che non potranno più avvenire.

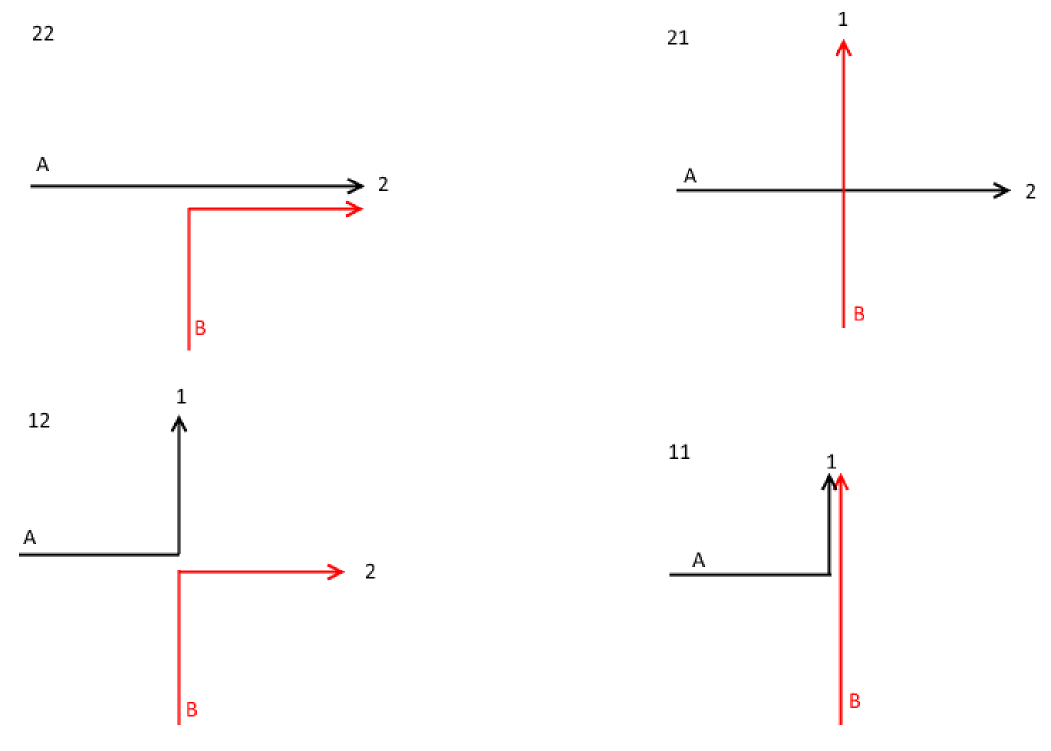
In totale ci sono, in linea di principio, quattro possibilità per ciò che può avvenire nell'esperimento, evidenziate nella figura seguente





L'aspettativa classica, supposto che i fotoni non interagiscano, è che le quattro possibilità siano equiprobabili. E quindi, che entrambi i fotoni arrivino al rivelatore 1 il 25% delle volte, entrambi al rivelatore 2 il 25% delle volte, e il 50% delle volte uno a ciascun rivelatore.

E, in effetti, l'aspettativa classica è quello che avviene davvero, se si prendono, senza particolari cautele, fotoni provenienti da due diverse sorgenti.



In questo caso in effetti i diagrammi «12» (A→1 B →2) e «21» (A→2 B →1) sono facilmente distinguibili sperimentalmente, in base a qualche caratteristica che differenzi i fotoni emessi dalle sorgenti A e B. Non si ha quindi alcuna interferenza.

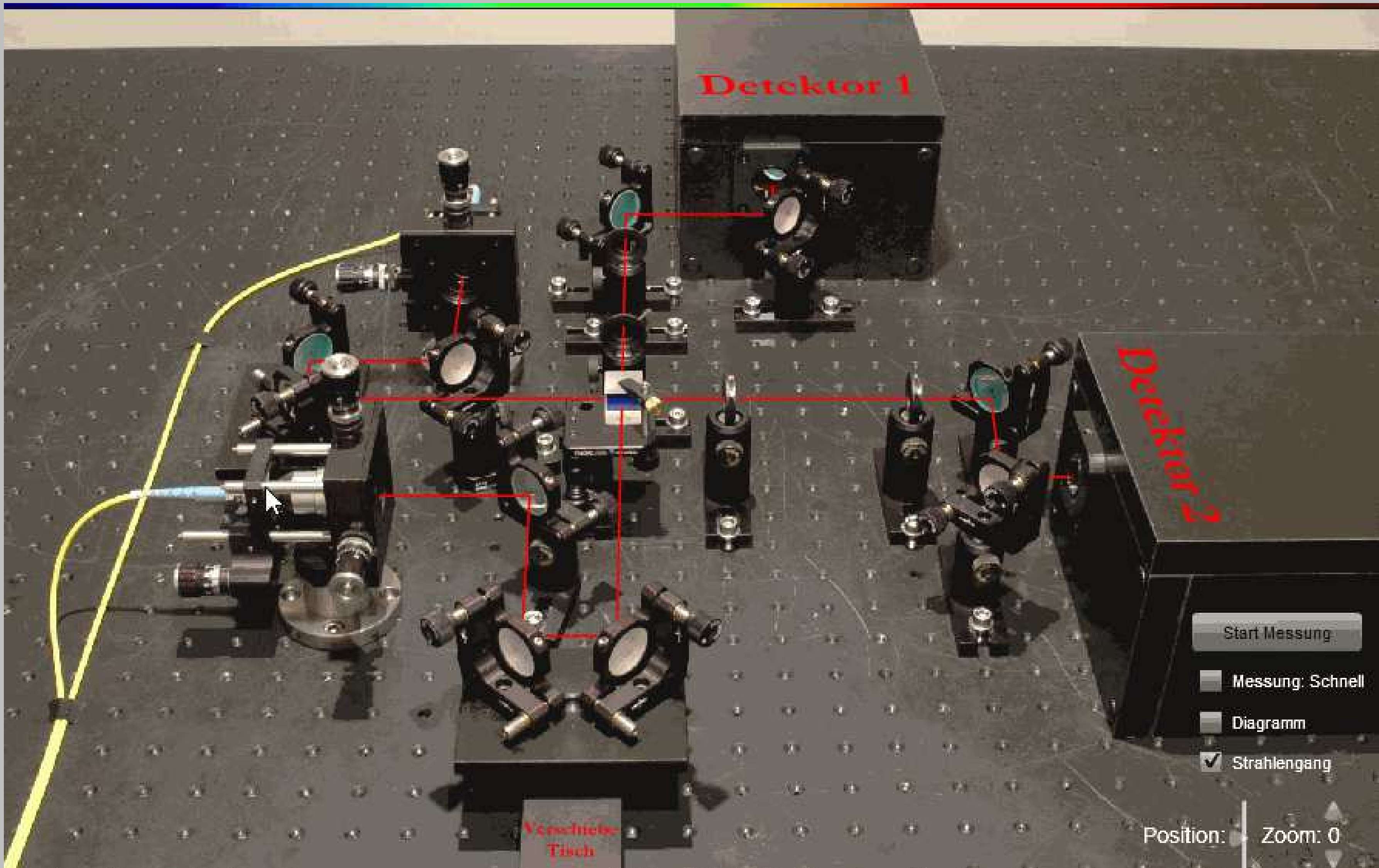
Le cose cambiano se si riesce a rendere i due fotoni che entrano dai due ingressi del beamsplitter davvero *indistinguibili*.

Due fotoni hanno diverse caratteristiche che possono renderli distinguibili: la polarizzazione, la lunghezza d'onda e il tempo di arrivo al rivelatore.

Per ottenere l’effetto dunque, dovranno essere usati fotoni che abbiano esattamente la stessa polarizzazione; la stessa lunghezza d’onda, entro un’inevitabile incertezza intrinseca (nell’esperimento di cui vedremo un video entrambe le lunghezze d’onda erano 810 ± 10nm. Inoltre, non devono poter essere distinti in base al tempo di arrivo.

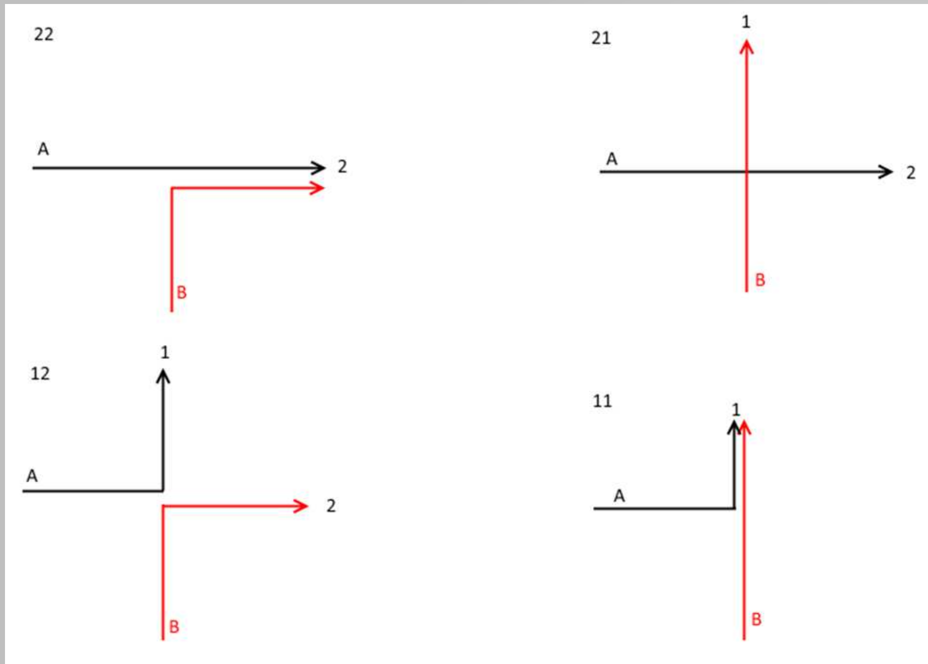
L’ideale è utilizzare una coppia di fotoni identici emessi dalla stessa sorgente e trasportati agli ingressi del beam splitter mediante fibra ottica, ma l’effetto è stato osservato anche con fotoni identici emessi da sorgenti diverse. Nell’esperimento che osserveremo, si varia la lunghezza di uno dei cammini, e quindi il tempo di arrivo dei due fotoni varia. L’effetto si osserva quando i due fotoni percorrono una uguale distanza, e quindi sono indistinguibili anche dall’istante di arrivo.

http://www.didaktik.physik.uni-erlangen.de/quantumlab/english/hom-interference/Kapitel1/index.html



Quando i fotoni sono indistinguibili, il conteggio delle coincidenze scende a zero!

Le opzioni 21 ed 12 vengono soppresse, attraverso quello che è un chiaro effetto di interferenza.

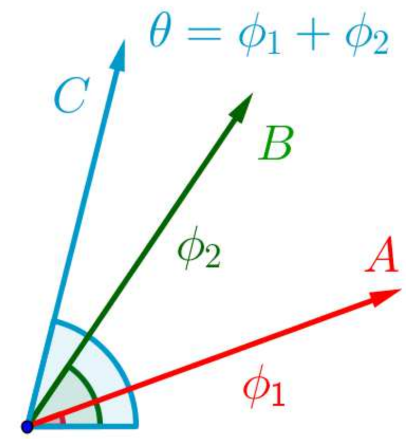


Le combinazioni 22 ed 11 corrispondono a stati finali diversi e **non interferiscono con altri**, mentre le combinazioni 21 ed 12 corrispondono allo stesso stato finale: si ha un fotone in 1 ed un fotone in 2, e questi fotoni sono indistinguibili. Le combinazioni «21» ed «12» descrivono due diverse storie per arrivare dallo stesso stato iniziale allo stesso stato finale.

Come conseguenza della loro indistinguibilità, i fotoni nell'esperimento di Hong-Ou-Mandel scelgono di "accoppiarsi" nello stesso stato.

Come si costruisce il fasore di una storia composta, a cui partecipano più particelle? Dopo aver calcolato l'ampiezza delle singole componenti tramite il metodo di somma dei cammini, il fasore composto ha come lunghezza il prodotto delle lunghezze delle ampiezze componenti, mentre la fase è la somma delle fasi.

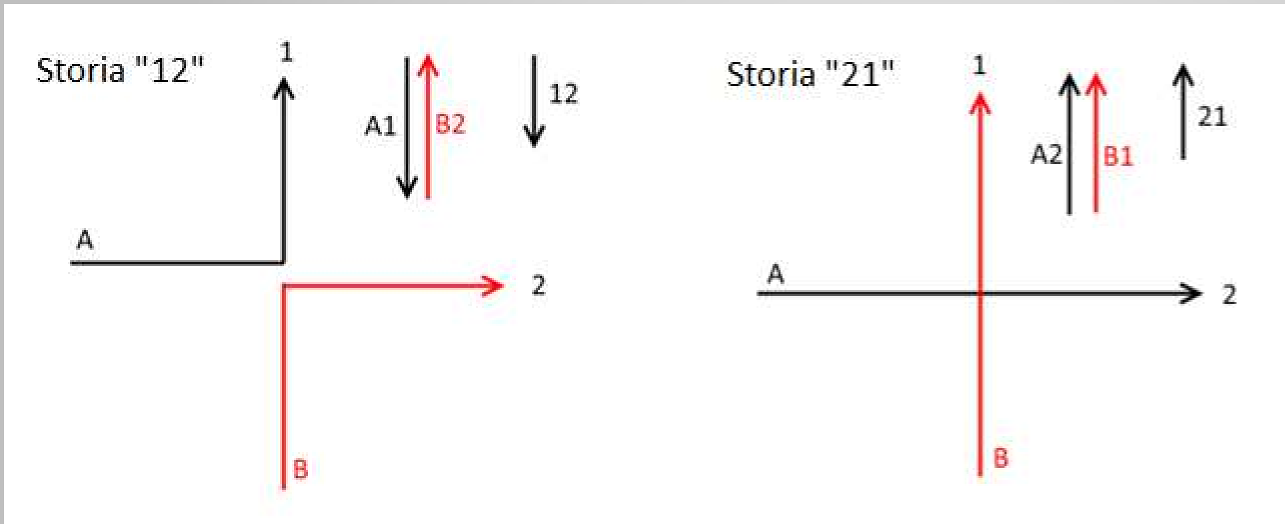
Questa operazione ha tutte le proprietà comunemente associate al prodotto (commutativa, associativa, distributiva rispetto all'addizione); inoltre usando numeri complessi per rappresentare vettori a due dimensioni come i fasori e le ampiezze questa operazione coincide con il prodotto nei complessi.

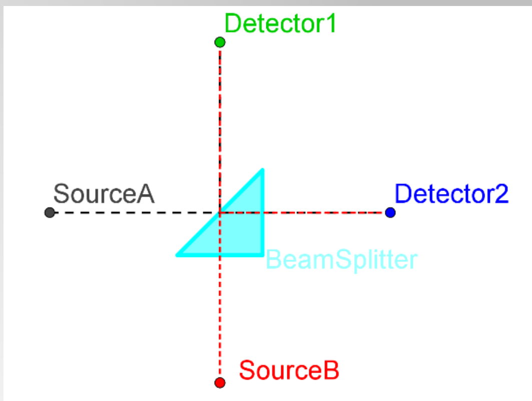


$$C = A \cdot B = e^{i\phi_1} \cdot e^{i\phi_2} = e^{i(\phi_1+\phi_2)}$$

la storia «12» ha come ampiezze componenti quelle dei cammini A→1 e B →2. mentre la storia «21» ha come ampiezze componenti quelle dei cammini A → 2 e B → 1.

Ma il cammino A1 ha un segno meno, dovuto ad una riflessione esterna. Questo segno meno si trasporta sulla storia «12» che ha come ampiezza il prodotto di A1 e B2. Ricordiamo poi che le ampiezze sono tutte uguali in modulo, perché il beam splitter è 50:50.

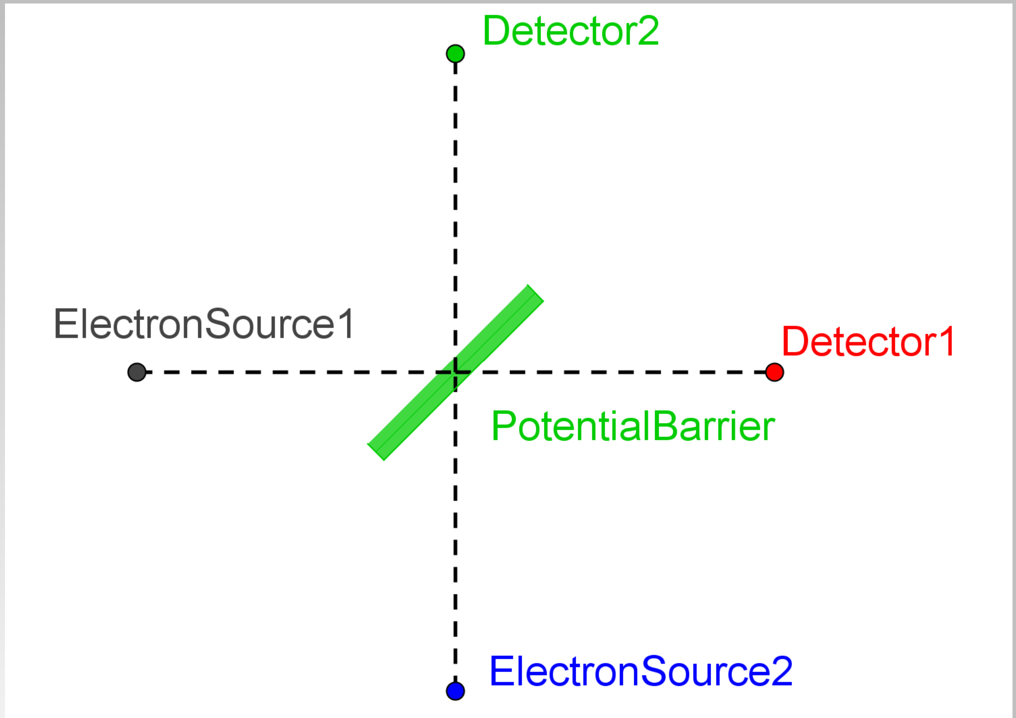




Il risultato è che le due ampiezze «21» e «12» sono uguali in modulo ma di segno opposte, il che spiega l'interferenza distruttiva osservata con la soppressione delle coincidenze.

Gli elettroni NON fanno così!! (fanno il contrario)

Nel 1998 un esperimento equivalente è stato effettuato con gli elettroni. Al posto del beam splitter, è stata utilizzata una barriera di potenziale che, a causa dell'effetto tunnel, potesse trasmettere o riflettere gli elettroni con il 50% di probabilità



In questo caso, se gli elettroni vengono resi sempre più indistinguibili, si osserva un incremento delle coincidenze ai due rivelatori, fino a che, almeno in linea di principio, la probabilità che i due elettroni arrivino allo stesso rivelatore viene completamente soppressa.

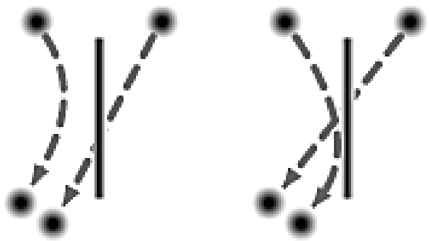
Quantum interference in Electron Collision. R.C.Liu, B Odom, Y. Yamamoto, S Tarucha. s.l. : Nature, 1998, Vol. Vol 391.

La regola di scambio

Per gli elettroni, si deve usare quella che i fisici chiamano una “regola di scambio” distinta: se due storie differiscono solo per lo scambio di due elettroni, le ampiezze delle due storie non vanno sommate, ma sottratte

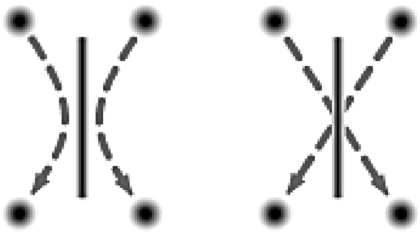
In altre parole, se due storie diverse, che interferiscono tra di loro in quanto gli stati iniziale e finale sono indistinguibili, differiscono per lo scambio di due elettroni, i fasori associati vanno sottratti e non sommati tra di loro. Se il processo coinvolge più particelle ci si comporta analogamente: fissata arbitrariamente una storia di riferimento, si sottraggono tutti i fasori associati a storie con un numero dispari di scambi e si sommano le storie con un numero pari di scambi di elettroni.

Entrambi gli oggetti quantistici allo stesso rivelatore



$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{1}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\right] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{FOTONI} \\ 0 & \text{ELETTRONI} \end{cases}$$

Gli oggetti quantistici a due rivelatori diversi (coincidenza)



$$\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{-1}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\right] = \begin{cases} 0 & \text{FOTONI} \\ 1 & \text{ELETTRONI} \end{cases}$$

La spiegazione dell'effetto per gli elettroni richiede di considerare più in dettaglio il caso in cui entrambi gli oggetti quantistici vadano allo stesso rivelatore, considerando tale caso come «caso limite» di quello in cui essi raggiungano due punti P e P' molto vicini. In questo modo vediamo che anche in questo caso è possibile considerare uno «scambio» di cammini tra i due processi

La regola di scambio porta i fotoni a scegliere sempre un rivelatore a caso, ma lo stesso per entrambi, gli elettroni a scegliere sempre due rivelatori diversi.

L'esperimento Hong-Ou-Mandel ci permette di osservare che gli oggetti quantistici vanno divisi in due categorie:

Gli oggetti che **si comportano come il fotone**, ossia che, se indistinguibili, interferiscono in un esperimento Hong-Ou-Mandel **"addensandosi" nello stesso stato**, ossia andando entrambi allo stesso rivelatore. Chiamiamo queste particelle **bosoni**.

Gli oggetti che **si comportano come l'elettrone**, ossia che, se indistinguibili, interferiscono in un esperimento Hong-Ou-Mandel **evitando di stare nello stesso stato**, ossia andando sempre a due rivelatori distinti. Chiamiamo queste particelle **fermioni**.

Tale distinzione è legata al valore intero (per i bosoni) o semintero (per i fermioni) dello spin. La descrizione dei sistemi a più elettroni nel metodo della somma dei cammini richiede l'introduzione della regola di scambio precedentemente descritta.

Principio di esclusione di Pauli

Ciò che avviene nell'esperimento di Hong-Ou-Mandel con gli elettroni non è altro che un esempio del cosiddetto **principio di esclusione di Pauli**:

Due elettroni (o due fermioni identici) non possono occupare simultaneamente lo stesso stato, cioè non possono avere simultaneamente gli stessi valori per tutte le proprietà che li caratterizzano.

E' questo, in definitiva, a portare due elettroni resi indistinguibili in ogni proprietà a «rifuggire» dall'andare allo stesso rivelatore.

I bosoni, al contrario, non hanno questa limitazione: un numero arbitrario di bosoni possono occupare simultaneamente lo stesso stato (e in determinate condizioni tenderanno a farlo).

Il capitolo 3 di "QED"

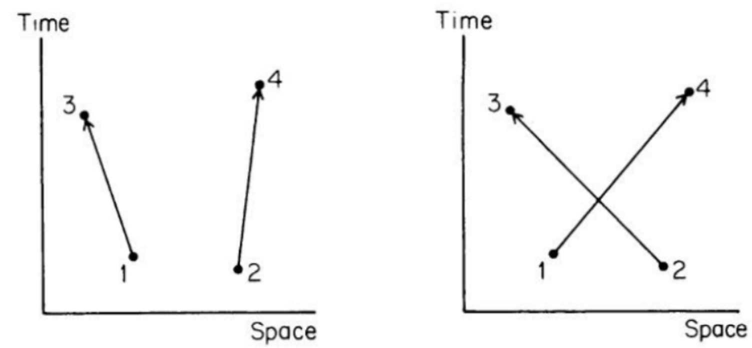


FIGURE 59. *To calculate the probability that electrons at points 1 and 2 in space-time end up at points 3 and 4, we calculate the "first way" arrow for 1 going to 3 and 2 going to 4 with the formula for E(A to B); then we calculate the "second way" arrow for 1 going to 4 and 2 going to 3 (a "cross-over"). Finally, we add the "first way" and "second way" arrows to arrive at a good approximation of the final arrow. (This is true for the fake, simplified "spin zero" electron. Had we included the polarization of the electron, we would have subtracted—rather than added—the two arrows.)*

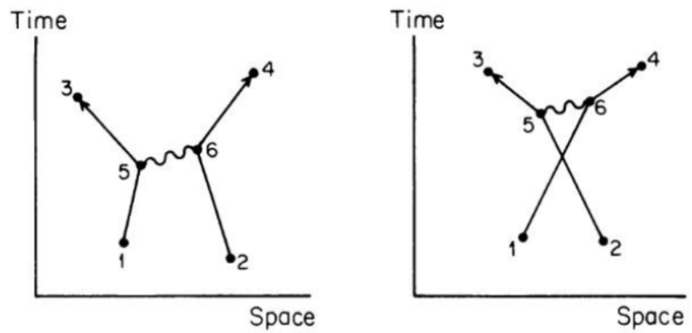


FIGURE 60. *Two "other ways" the event in Fig. 59 could happen are: a photon is emitted at 5 and absorbed at 6 for each case. The final conditions of these alternatives are the same as for the other cases—two electrons went in, and two electrons came out—and these results are indistinguishable from the other alternatives. Therefore the arrows for these "other ways" must be added to the arrows in Fig. 59 to arrive at a better approximation of the final arrow for the event.*

Vengono spiegati almeno concettualmente i diagrammi di Feynman